

## Záverečná karta projektu

Názov projektu Evidenčné číslo projektu **APVV-0184-10**

**Geometrické parciálne diferenciálne rovnice - numerická analýza a aplikácie**

Zodpovedný riešiteľ **Prof. RNDr. Karol Mikula, DrSc.**

Príjemca **STU Bratislava**

### Názov pracoviska, na ktorom bol projekt riešený

1. Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie, Stavebná fakulta STU v Bratislave
2. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského v Bratislave
- 3.
- 4.
- 5.

### Názov a štát zahraničného pracoviska, ktoré spolupracovalo pri riešení

- 1.
- 2.
- 3.

### Udelené patenty/podané patentové prihlášky, vynálezy alebo úžitkové vzory, ktoré sú výsledkami projektu

- 1.
- 2.
- 3.

### Najvýznamnejšie publikácie (knihy, články, prednášky, správy a pod.) zhrňujúce výsledky projektu – uveďte aj publikácie prijaté do tlače

1. M.Balažovjeh, K.Mikula, A higher order scheme for a tangentially stabilized plane curve shortening flow with a driving force, SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 33, No. 5 (2011) pp. 2277-2294
2. P.Frolkovič, Application of level set method for groundwater flow with moving boundary. Advances in Water Resources, Volume 47, October 2012, Pages 56–66
3. R.Čunderlík, K.Mikula, M.Tunega, Nonlinear diffusion filtering of data on the Earth's surface, Journal of Geodesy, Vol. 87, No. 2 (2013) pp. 143-160
4. K.Mikula, M. Remešíková, P. Sarkoci, D. Ševčovič, Manifold evolution with tangential redistribution of points, SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 36, No.4 (2014), pp. A1384-A1414

## **Uplatnenie výsledkov projektu**

Výsledky projektu nájdu uplatnenie v spracovaní biomedicínskeho obrazu, počítačovej rekonštrukciu vývoja živých organizmov, modelovaní šírenia lesných požiarov, dizajne architektonických konštrukcií, modelovaní prúdenia podzemnej vody a odhade parametrov pórovitého prostredia, filtrácii geodetických a geofyzikálnych veličín a v mnohých ďalších aplikáciách popísaných geometrickými parciálnymi diferenciálnymi rovnicami.

## **CHARAKTERISTIKA VÝSLEDKOV**

### **Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v slovenskom jazyku** (max. 20 riadkov)

V rámci riešenia projektu sa podaril významný prelom v oblasti Lagrangeovských algoritmov vývoja kriviek a plôch a to vytvorením všeobecnej metódy tangenciálnej redistribúcie bodov na varietach. Bola tiež vytvorená nová numerická metóda druhého rádu presnosti v priestore a čase pre pohyb kriviek riadený externým rýchlostným poľom, krivosťou a stabilizujúcou tangenciálnou rýchlosťou. Pre pohyb rovinných kriviek v Lagrangeovskej formulácii bol navrhnutý unikátny spôsob riešenia topologických zmien, mnohonásobne zvyšujúci výpočtovú efektívnosť dovedy známych metód. Rýchly spôsob riešenia topologických zmien umožnil vytvorenie nového matematického modelu a softvéru na modelovanie šírenia hranice lesného požiaru ako aj nového efektívneho prístupu k segmentácii 2D obrazu. Bol navrhnutý nelineárny regularizovaný Perona-Malikov difúzny model filtrácie na uzavretej ploche a numerická metóda na jeho riešenie aplikovaná na nelineárnu filtráciu dát na zemskom povrchu a dráhach satelitov, využitých pri riešení úloh presného určenia ťažového poľa Zeme. Bola navrhnutá nová semi-implicitná metóda riešenia rovníc advekcie na báze originálnej časovej diskretizácie vtok-implicitne/odtok-explicitne, ktorá je druhého rádu presnosti s maticou systému danou diagonálne dominantnou M-maticou, a ktorá po stabilizácii explicitnej časti pomocou korekcie tokov spĺňa diskretný princíp minima-maxima. Metóda bola využitá pri riešení advekčno-tenzorovo-difúzných rovníc v úlohách s voľnými hranicami, prúdení v pórovitom prostredí a finančnej matematike. Na báze riešenia geometrických parciálnych diferenciálnych rovníc bol vytvorený nový algoritmus trackingu buniek v 4D obrazoch aplikovaný na rekonštrukciu vývoja živých organizmov.

### **Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v anglickom jazyku** (max. 20 riadkov)

New method for tangential redistribution of points on evolving manifolds was created. New second order accurate method in space and time was created for curve evolution depending on external velocity field, curvature and stabilized tangential velocity. For motion of plane curves in Lagrangian formulation, new fast method for treatment of topological changes was suggested. The method allowed to build new mathematical model and software for forest fire front propagation and new efficient methods for 2D image segmentation. New nonlinear regularized surface Perona-Malik model was designed and numerical method for its solution was created and applied to nonlinear diffusion filtering of data on Earth surface and satellite orbits used for precise determination of Earth gravity field. New semi-implicit inflow-implicit/outflow-explicit method for solving advection equations was created. The method is second order accurate in space and time, with diagonally dominant M-matrix, and after flux corrected transport stabilization it fulfills discrete minimum-maximum principle. Method was used for solving advection-tensor-diffusion equations in free boundary problems, porous media flow and financial mathematics. Based on geometrical PDEs, new algorithm for tracking cells in 4D images was created and applied in reconstruction of development of living organisms.

Svojím podpisom potvrdzujem, že údaje uvedené v záverečnej karte sú pravdivé a úplné a súhlasím s ich zverejnením.

**Zodpovedný riešiteľ**

Prof. RNDr. Karol Mikula DrSc.

V Bratislave 27. 11. 2014

**Štatutárny zástupca príjemcu**

Prof. Ing. Robert Redhammer, PhD.

V Bratislave 27. 11. 2014

.....  
podpis zodpovedného riešiteľa

.....  
podpis štatutárneho zástupcu príjemcu