

## Záverečná karta projektu

Názov projektu Evidenčné číslo projektu **APVV-0351-07****Numerické riešenie a aplikácie nelineárnych parciálnych diferenciálnych rovníc**Zodpovedný riešiteľ **Prof. RNDr. Karol Mikula, DrSc.**Príjemca **Stavebná fakulta STU Bratislava**

### Názov pracoviska, na ktorom bol projekt riešený

1. Stavebná fakulta STU Bratislava
2. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky UK Bratislava
- 3.
- 4.
- 5.

### Názov a štát zahraničného pracoviska, ktoré spolupracovalo pri riešení

- 1.
- 2.
- 3.

### Udelené patenty/podané patentové prihlášky, vynálezy alebo úžitkové vzory, ktoré sú výsledkami projektu

- 1.
- 2.
- 3.

### Najvýznamnejšie publikácie (knihy, články, prednášky, správy a pod.) zhrňujúce výsledky projektu – uveďte aj publikácie prijaté do tlače

1. K.Mikula, M.Ohlberger, A new level set method for motion in normal direction based on a forward-backward diffusion formulation, SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 32, No. 3 (2010) pp. 1527-1544
2. Z.Krivá, K.Mikula, N.Peyrieras, B.Rizzi, A.Sarti, O.Drbíliková-Stašová, 3D early embryogenesis image filtering by nonlinear partial differential equations, Medical Image Analysis, Vol. 14, No. 4 (2010) pp. 510-526
3. J.Kačur, B.Malengier and P.Kišoň, A numerical model of transient unsaturated flow under centrifugation based on mass ballance, Transport in Porous Media, Vol. 87 (2011) pp. 793-813
4. R.Eymard, A.Handlovičová, K.Mikula, Study of a finite volume scheme for the regularised

mean curvature flow level set equation, IMA Journal Numerical Analysis, Vol. 31 (2011) pp. 813-846

5. M.Balažovjeh, K.Mikula, A higher order scheme for a tangentially stabilized plane curve shortening flow with a driving force, SIAM Journal on Scientific Computing, v tlači

### **Uplatnenie výsledkov projektu**

Výsledky projektu majú jednak teoretický charakter, a dajú sa teda uplatniť v matematickej analýze numerických metód na riešenie nelineárnych parciálnych diferenciálnych rovníc, ako aj aplikačný charakter a dajú sa využiť napríklad pri riešení úloh spracovania 2D, 3D a 4D obrazu v biológii a medicíne, v úlohách s voľnými hranicami, ako sú saturované-nesaturované prúdenie v pórovitom prostredí a modelovanie pohybu čela vetrom hnaného lesného požiaru a pri riešení úloh teórie potenciálu Zeme, súvisiacich s problematikou zosúladenia svetových výškových systémov.

## **CHARAKTERISTIKA VÝSLEDKOV**

### **Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v slovenskom jazyku** (max. 20 riadkov)

V rámci riešenia projektu bolo publikovaných celkovo 51 vedeckých prác, z toho 17 v renomovaných karentovaných časopisoch venovaných aplikovanej matematike, numerickej analýze a vedecko-technickým výpočtom. V týchto prácach boli vytvorené originálne numerické metódy na riešenie úloh pohybu kriviek a plôch v Lagrangeovskej a level-set formulácii a na riešenie ďalších typov nelineárnych advekčných a advekčno-difúzo-reakčných rovníc. Tieto metódy boli aplikované na riešenie úloh spracovania obrazu, ako sú filtrácia, segmentácia a tracking v 2D a 3D obrazových postupnostiach morfogénézy vlnnej mušky *Drosophila* a embryogénézy ryby Zebrafish (*Danio-rerio*) v rámci spolupráce s Inštitútom Curie a Inštitútom vývojovej biológie CNRS vo Francúzsku, ako aj v segmentácii a analýze 2D a 3D medicínskych obrazov v spolupráci s firmou TatraMed Bratislava s.r.o. a v modeloch šírenia vetrom hnaných lesných požiarov v spolupráci so š.p. Vojenské lesy a majetky SR, Malacky. Ďalej boli tieto metódy študované z hľadiska riešenia priamych a inverzných úloh prúdenia v pórovitom prostredí a transportu, difúzie a adsorbcie kontaminantov v podzemných vodách. Boli tiež vybudované nové numerické metódy na riešenie rozsiahlych geodetických okrajových úloh s aplikáciou na presné určovanie globálneho ťažového poľa Zeme. Všetky navrhnuté numerické metódy boli študované z hľadiska numerickej analýzy, efektívnosti počítačovej implementácie, možnosti paralelizácie navrhnutých algoritmov a boli experimentálne ukázané ich rády presnosti a matematicky dokázané ich vlastnosti ako sú stabilita a konvergencia k slabým riešeniam zodpovedajúcich nelineárnych parciálnych diferenciálnych rovníc.

### **Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v anglickom jazyku** (max. 20 riadkov)

During the project solution, there were published 51 original scientific papers among which 17 have appeared in prestigious scientific journals devoted to applied mathematics, numerical analysis and scientific computing. The original numerical methods for solving curve and surface evolution models in Lagrangean and level-set formulations and for solving further advection and advection-diffusion-reaction equations were created. The methods have been applied to image processing tasks as filtering, segmentation and tracking in 2D and 3D time image sequences representing morphogenesis of *Drosophila* and embryogenesis of zebrafish (*Danio-rerio*) in the framework of cooperation with Institute Curie and Institute of developmental biology CNRS in France, as well as in segmentation and analysis of 2D a 3D medical images in cooperation with TatraMed Bratislava s.r.o. and in modeling the wind-driven forest fires in cooperation with state forestry company Vojenské lesy a majetky SR, Malacky. These methods were further studied regarding solution of direct and inverse problems in porous media flow and transport, diffusion and adsorption of contaminants in groundwater flow. New numerical methods were built for solving high-scale geodetic

boundary value problems with application to global Earth gravity potential determination. The suggested numerical methods were studied regarding numerical analysis, efficiency of computations and parallel implementation. The experimental order of convergence of the methods were shown by computer simulations and the mathematical properties of the methods such as stability and convergence to the weak solutions of the corresponding nonlinear partial differential equations were proven.

Svojím podpisom potvrdzujem, že údaje uvedené v záverečnej karte sú pravdivé a úplné a súhlasím s ich zverejnením.

**Zodpovedný riešiteľ**

Prof. RNDr. Karol Mikula, DrSc.

V Bratislave 27.7.2011

**Štatutárny zástupca príjemcu**

Doc. Ing. Robert Redhammer, PhD.

V Bratislave 27.7.2011

.....  
podpis zodpovedného riešiteľa

.....  
podpis štatutárneho zástupcu príjemcu