



## Záverečná karta projektu

Názov projektu

Evidenčné číslo projektu **APVV-0482-11**

**Výskum sústav a regulátorov neceločíselného, premenlivého a rozloženého rádu: metódy, algoritmy a prostriedky pre modelovanie, simuláciu, analýzu a syntézu**

Zodpovedný riešiteľ **prof. RNDr. Igor Podlubný, DrSc.**

Príjemca **Technická univerzita v Košiciach, FBERG, Letná 9, 042 00 Košice**

### Názov pracoviska, na ktorom bol projekt riešený

1. Technická univerzita v Košiciach, FBERG, Letná 9, 042 00 Košice
2. Filozofická fakulta Prešovskej univerzity v Prešove, Ulica 17. novembra 15, 080 01 Prešov

### Názov a štát zahraničného pracoviska, ktoré spolupracovalo pri riešení

1. Universidad de Extremadura, Badajoz, Spain
2. Utah State University, Logan, Utah, USA
3. University of California at Merced, California, USA
4. University of Illinois at Chicago, Chicago, Illinois, USA
5. Warsaw University of Technology, Warsaw, Poland
6. Odessa National University, Odessa, Ukraine

### Udelené patenty/podané patentové prihlášky, vynálezy alebo úžitkové vzory, ktoré sú výsledkami projektu

Patentové prihlášky neboli podávané.

### Najvýznamnejšie publikácie (knihy, články, prednášky, správy a pod.) zhrňujúce výsledky projektu – uveďte aj publikácie prijaté do tlače

JIAO, Zhuang - CHEN, YangQuan - PODLUBNÝ, Igor: **Distributed-Order Dynamic Systems : Stability, simulation, applications and perspectives** / - [1. vyd.] - London : Springer - 2012. - 113 p.. - ISBN 978-1-4471-2851-9.

<http://www.springer.com/engineering/control/book/978-1-4471-2851-9>

KARNIADAKIS, George Em - HESTHAVEN, Jan - PODLUBNÝ, Igor: **Special issue on fractional PDEs: Theory, numerics, and applications** / - 2015. In: Journal of Computational Physics. Vol. 293 (2015), p. 1-3. - ISSN 0021-9991

<http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2015.04.007>

- PODLUBNÝ, Igor - ŠKOVŘÁNEK, Tomáš - VINAGRE JARA, Blas M. - PETRÁŠ, Ivo - VERBITSKY, Viktor - CHEN, YangQuan: **Matrix approach to discrete fractional calculus III: non-equidistant grids, variable step length and distributed orders** / - 2013. In: Philosophical Transactions of the Royal Society A. Vol. 371, no. 1990 (2013), p. 1-15. - ISSN 1364-503X  
<http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2012.0153>
- SIEROCIUK, Dominik - PODLUBNÝ, Igor - PETRÁŠ, Ivo: **Experimental Evidence of Variable-Order Behavior of Ladders and Nested Ladders** / - 2013. In: IEEE Transactions on Control Systems Technology. Vol. 21, no. 2(2013), p. 459-466. - ISSN 1063-6536  
<http://dx.doi.org/10.1109/TCST.2012.2185932>
- SIEROCIUK, Dominik - DZIELINSKI, Andrzej - SARWAS, Grzegorz - PETRÁŠ, Ivo - PODLUBNÝ, Igor - ŠKOVŘÁNEK, Tomáš : **Modelling heat transfer in heterogeneous media using fractional calculus** / - 2013. In: Philosophical Transactions of the Royal Society A. Vol. 371, no. 1990 (2013), p. 1-10. - ISSN 1364-503X  
<http://dx.doi.org/10.1098/rsta.2012.0146>
- SIEROCIUK, Dominik - ŠKOVŘÁNEK, Tomáš - MACIAS, Michal - PODLUBNÝ, Igor - PETRÁŠ, Ivo - DZIELINSKI, Andrzej - ZIUBINSKI, Pawel: **Diffusion process modeling by using fractional-order models** / - 2015. In: Applied Mathematics and Computation. Vol. 257 (2015), p. 2-11. - ISSN 0096-3003  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.amc.2014.11.028>
- ŠKOVŘÁNEK, Tomáš: **Fractional-order systems: Identification using orthogonal distance fitting** / - 1. vyd - Ostrava : VŠB-TU - 2013. - 86 p.. - ISBN 978-80-248-3216-6.
- PETRÁŠ, Ivo - SIEROCIUK, Dominik - PODLUBNÝ, Igor: **Identification of parameters of a half-order system** / - 2012. In: IEEE Transactions on Signal Processing. Vol. 60, no. 10 (2012), p. 5561-5566. - ISSN 1053-587X  
<http://dx.doi.org/10.1109/TSP.2012.2205920>
- GONZALEZ, Emmanuel A. - DORČÁK, Ľubomír - MONJE, Concepción A. - VALSA, Juraj - CALUYO, Felicito S. - PETRÁŠ, Ivo: **Conceptual design of a selectable fractional-order differentiator for industrial applications** / - 2014. In: Fractional Calculus and Applied Analysis. Vol. 17, no. 3 (2014), p. 697-716. - ISSN 1311-0454  
<http://dx.doi.org/10.2478/s13540-014-0195-z>
- BALEANU, Dumitru - ASAD, Jihad H. - PETRÁŠ, Ivo: **Numerical solution of the fractional Euler-Lagrange's equations of a thin elastica model** / - 2015. In: Nonlinear Dynamics. Vol. 81, no. 1-2 (2015), p. 97-102. - ISSN 0924-090X  
<http://doi.org/10.1007/s11071-015-1975-7>
- DORČÁK, Ľubomír - VALSA, Juraj - GONZALEZ, Emmanuel - TERPÁK, Ján - PETRÁŠ, Ivo - PIVKA, Ladislav: **Analogue Realization of Fractional-Order Dynamical Systems** / - 2013. In: Entropy. Vol. 15, no. 10 (2013), p. 4199-4214. - ISSN 1099-4300  
<http://doi.org/10.3390/e15104199>
- TEPLJAKOV, Aleksei - GONZALEZ, Emmanuel A. - PETLENKOV, Eduard - BELIKOV, Juri - MONJE, Concepción A - PETRÁŠ, Ivo: **Incorporation of fractional-order dynamics into an existing PI/PID DC motor control loop**, / - 2015. In: ISA Transactions, Available online 27 November 2015. ISSN 0019-0578  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.isatra.2015.11.012>
- DATSKO, Bohdan - GAFIYCHUK, Vasyl - PODLUBNÝ, Igor: **Solitary travelling auto-waves in fractional reaction-diffusion systems** / - 2015. In: Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. Vol. 23, no. 1-3 (2015), p. 378-387. - ISSN 1007-5704  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.cnsns.2014.10.028>
- ŠKOVŘÁNEK, Tomáš - PODLUBNÝ, Igor - PETRÁŠ, Ivo: **Modeling of the national economies in state-space: A fractional calculus approach** / - 2012. In: Economic Modelling. Vol. 29, no. 4 (2012), p. 1322-1327. - ISSN 0264-9993  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.econmod.2012.03.019>
- BALEANU, Dumitru - ASAD, Jihad H. - PETRÁŠ, Ivo: **Fractional Bateman-Feshbach Tikochinsky Oscillator** / - 2014. In: Communications in Theoretical Physics. Vol. 61, no. 2 (2014), p. 221-225. - ISSN 0253-6102  
<http://dx.doi.org/10.1088/0253-6102/61/2/13>
- BALEANU, Dumitru - GARRA, Roberto - PETRÁŠ, Ivo: **A fractional variational approach to the fractional Basset-type equation** / - 2013. In: Reports on Mathematical Physics. Vol. 72, no.1 (2013), p. 57-64. - ISSN 0034-4877  
[http://dx.doi.org/10.1016/S0034-4877\(14\)60004-5](http://dx.doi.org/10.1016/S0034-4877(14)60004-5)

GONZALEZ, Emmanuel - HUNG, John - DORČÁK, Ľubomír - TERPÁK, Ján - PETRÁŠ, Ivo: **Posicast control of a class of fractional-order processes** / - 2013. In: Central European Journal of Physics. Vol. 11, no. 6(2013), p. 868-880. - ISSN 1895-1082  
<http://dx.doi.org/10.2478/s11534-013-0284-3>

ŽECOVÁ, Monika - TERPÁK, Ján: **Heat conduction modeling by using fractional-order derivatives** / - 2015. In: Applied Mathematics and Computation. Vol. 257 (2015), p. 365-373. - ISSN 0096-3003  
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0096300314017974>

ŽECOVÁ, Monika - TERPÁK, Ján: **Fractional heat conduction models and thermal diffusivity determination** / - 2015. In: Mathematical Problems in Engineering. Vol. 2015, article ID 753936 (2015), p. 1-9. - ISSN 1024-123X  
<http://dx.doi.org/10.1155/2015/753936>

TEJADO, Inés - VINAGRE, Blas M. - TORRES, Daniel - LÓPEZ-BERNAL, Álvaro - VILLALOBOS, Francisco - TESTI, Luka - PODLUBNÝ, Igor: **Fractional approach for estimating sap velocity in trees** / - 2015. In: Fractional Calculus and Applied Analysis. Vol. 18, no. 2 (2015), p. 479-494. - ISSN 1311-0454  
<http://dx.doi.org/10.1515/fca-2015-0030>

PODLUBNÝ, Igor: **What Euler could further write, or the unnoticed "big bang" of the fractional calculus** / - 2013. In: Fractional Calculus and Applied Analysis. Vol. 16, no. 2 (2013), p. 501-506. - ISSN 1311-0454  
<http://dx.doi.org/10.2478/s13540-013-0031-x>

## Uplatnenie výsledkov projektu

Výsledky, dosiahnuté v priebehu riešenia projektu, nachádzajú rozsiahly medzinárodný citačný ohlas a uplatnenie v celosvetovom meradle v množstve rôznych oblastí vedeckého výskumu a inžinierskych vied.

Vo svete sa pravidelne využívajú nami rozpracované metódy pre numerické riešenie tak lineárnych ako aj nelineárnych obyčajných a parciálnych diferenciálnych rovníc neceločíselného rádu. Maticový prístup pre riešenie diferenciálnych rovníc neceločíselného rádu bol úspešne rozšírený na prípad nerovnomernej diskretizácie. Vznikla aj úplne nová metóda nazvaná "method of large steps", ktorá otvorila cestu k rozpracovaniu metód s premenlivou dĺžkou časového kroku diskretizácie. Naše práce o chaotických sústavách neceločíselného rádu otvárajú nové perspektívy v oblasti šifrovanej komunikácie a kódovania signálov. Experimentálne a teoretické práce o modelovaní dynamických sústav, procesov a systémov, a práce o identifikácii parametrov takýchto modelov neceločíselného rádu, ktoré vznikli v rámci riešenia projektu, patria k priekopníckym prácam v danej oblasti. Viacerí zahraniční autori intenzívne nadväzujú na naše práce o regulátoroch neceločíselného rádu, a na práce o pravidlách pre nastavovanie parametrov takých regulátorov. V rámci tohto projektu bol prvýkrát vo svete navrhnutý adaptívny regulátor neceločíselného rádu.

Výsledky výskumu v rámci tohto projektu boli realizované v podobe 9 softvérových balíkov (toolboxov) pre prostredie Matlab a Simulink, ktoré boli zverejnené celosvetovo na portáli MATLAB Central File Exchange. Veľký počet downloadov týchto softvérových balíkov svedčí o neustále rastúcej popularite našich teoretických a praktických výsledkov vo svete.

Teoretické výsledky, metódy a algoritmy vytvorené v rámci riešenia projektu sú už súčasťou osnov odborných predmetov v druhom a treťom stupni štúdia.

V priebehu riešenia projektu boli publikované 2 monografie (jedna z nich v Springer Verlag), 31 článkov v časopisoch indexovaných v Current Contents, na ktoré je už 53 SCI citácií, 13 článkov v iných recenzovaných časopisoch v zahraničí, 2 články v domácich časopisoch, 33 príspevkov v zborníkoch medzinárodných konferencií, 20 príspevkov v zborníkoch domácich konferencií, 11 celosvetovo zverejnených softvérových produktov. V rámci projektu bolo sprístupnených formou Open Access 5 článkov indexovaných v databáze Current Contents, čo umožnilo ich dostupnosť širokej vedeckej komunite.

Výsledky riešenia projektu sa odrazili aj v kvalifikačnom raste riešiteľov. Boli obhájené 2 PhD. práce (Ing. Mária Kruláková, PhD., Ing. Monika Žecová, PhD.), jedna DrSc. dizertácia (prof. Ing. Ivo Petráš, DrSc.) a bolo úspešne uskutočnené jedno inauguračné konanie (prof. Ing. Ivo Petráš, DrSc.), riešiteľov projektu.

Na výsledky riešenia tohto projektu nadväzujú 3 získané domáce projekty a 3 bilaterálne vedecko-výskumné projekty, ako aj projekty predložené do medzinárodnej súťaže (COST, USA).

O medzinárodnom uplatnení výsledkov riešenia tohto projektu svedčia aj dlhodobé umiestnenia 2 článkov v databáze "Top25 Hottest Articles" vydavateľstva Elsevier.

Čiastkové výsledky riešiteľov projektu získali viacero ocenení: cena Vedec roka SR 2012, ocenenie HN Tvár roka 2013 v oblasti vedy a techniky pre vedúceho riešiteľa, prof. Podlubného; ocenenie Zväzu slovenských vedeckotechnických spoločností pre prof. Terpáka a prof. Petráša; prémia Literárneho fondu SR pre prof. Podlubného za výnimočný ohlas na jedno dielo, cena rektora TUKE v súťaži o najlepšiu doktorandskú prácu pre Ing. Krulákovú. Vyžiadaná plenárna prednáška prof. Podlubného získala cenu "Riemann-Liouville Award – Best Paper in Applications" na medzinárodnej konferencii ICFDA'2014 International Conference on Fractional Differentiation and Its Applications.

## **CHARAKTERISTIKA VÝSLEDKOV**

### **Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v slovenskom jazyku** (max. 20 riadkov)

Medzi najdôležitejšie výsledky tohto projektu patria najmä: zdokonalené metódy pre numerické riešenie diferenciálnych rovníc neceločíselného rádu; rozšírenie maticového prístupu pre riešenie diferenciálnych rovníc neceločíselného rádu na prípad nerovnomernej diskretizácie a pre prípad sústav s deriváciami rozloženého rádu ("distributed order") a premenlivého rádu ("variable order"); nová metóda nazvaná "method of large steps", ktorá otvára cestu k rozpracovaniu metód s premenlivou dĺžkou časového kroku diskretizácie; experimentálne práce v oblasti modelovania dynamických sústav a procesov neceločíselného rádu; nová metóda pre identifikáciu parametrov modelov neceločíselného rádu založená na využívaní Mittag-Lefflerovej funkcie; rozpracovanie adaptívneho regulátora neceločíselného rádu; metódy pre spracovanie signálov s využitím operátorov neceločíselného rádu; rozpracovanie laboratórneho prototypu zariadenia na digitalizáciu veľkopošných predlôh; vytvorenie katalógu knižnice starých tlačí a pilotné práce v oblasti ich digitalizácie; vytvorenie a celosvetové zverejnenie 9 softvérových produktov. Ako výstupy projektu boli publikované 2 monografie (jedna z nich v Springer); 31 článkov v časopisoch indexovaných v Current Contents, na ktoré je už 53 SCI citácií; 13 článkov v iných zahraničných časopisoch; 2 články v domácich časopisoch; 33 príspevkov v zborníkoch medzinárodných konferencií; 20 príspevkov v zborníkoch domácich konferencií. Medzi oceneniami sú: Vedec roka SR; Prémia Literárneho fondu SR; dve medaily ZSVTS SR; "Riemann-Liouville Award – Best Paper in Applications" na konferencii ICFDA'14; dlhodobé umiestnenia publikovaných článkov v databáze "Top 25 Hottest Articles" (Elsevier); pozvané prednášky na významných medzinárodných konferenciách. Plánované ciele projektu boli splnené v plnom rozsahu.

### **Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v anglickom jazyku** (max. 20 riadkov)

To the most important results of this project belong mainly: improved methods for numerical solution of fractional-order differential equations; extension of the matrix approach to solving fractional-order differential equations for the cases of non-equidistant discretization, distributed-order systems, and variable-order systems; the new method called "method of large steps", which opens a way to development of methods with variable step length of discretization; experimental works on modeling of dynamical systems and processes of fractional order; the new method for identification of parameters of such systems, which is based on using the Mittag-Leffler function; development of an adaptive fractional-order controller; methods for fractional-order signal processing; development of the laboratory equipment for digitization of large area prints; preparation of a catalogue of the library of old prints and pilot works on their digitization; creation and worldwide publishing of 9 software products. Among the publications there are: 2 monographs (one of them with Springer Verlag), 31 articles in journals indexed in Current Contents, which have already received 53 citations in the Science Citation Index; 13 articles in other refereed journals abroad; 2 articles in refereed national journals; 33 papers in proceedings of international conferences; 20 papers in proceedings of national conferences. Among the awards are: Scientist of the Year in Slovakia; Prize of the Literary Fund of the Slovak Republic; two medals of the Union of Scientific and Technical Societies of Slovakia; "Riemann-Liouville Award – Best Paper in Applications" at ICFDA'2014; long-term positions of the published articles among "Top 25 Hottest Articles" (Elsevier); invited lectures and addresses at important international conferences. Planned objectives of the project were fulfilled to full extent.

Svojím podpisom potvrdzujem, že údaje uvedené v záverečnej karte sú pravdivé a úplné a súhlasím s ich zverejnením.

**Zodpovedný riešiteľ**

prof. RNDr. Igor Podlubný, DrSc.

V Košiciach, 28. 01. 2016

.....  
podpis zodpovedného riešiteľa

**Štatutárny zástupca príjemcu**

prof. Ing. Kmeť Stanislav, CSc.

V Košiciach, 28. 01. 2016

.....  
podpis štatutárneho zástupcu príjemcu