

## Záverečná karta projektu

Názov projektu Evidenčné číslo projektu **APVV-14-0440**

**Multifyzikálne problémy v doskách z funkcionálne gradientných materiálov**

Zodpovedný riešiteľ **prof. RNDr. Vladimír Sládek, DrSc.**

Príjemca **Ústav stavebníctva a architektúry SAV**

### Názov pracoviska, na ktorom bol projekt riešený

Ústav stavebníctva a architektúry SAV

### Názov a štát zahraničného pracoviska, ktoré spolupracovalo pri riešení

-

### Udelené patenty/podané patentové prihlášky, vynálezy alebo úžitkové vzory, ktoré sú výsledkami projektu

-

### Najvýznamnejšie publikácie (knihy, články, prednášky, správy a pod.) zhrňujúce výsledky projektu – uveďte aj publikácie prijaté do tlače

1. L. Sator, V. Sladek, J. Sladek, D.L. Young: Elastodynamics of FGM plates by mesh-free method, Composite Structures 140 (2016), 309-322.  
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822315011551>
2. Y.C. Chiang, D.L. Young, J. Sladek, V. Sladek: Local radial basis function collocation method for bending analyses of quasicrystal plates, Applied Mathematical Modelling 50 (2017), 463-483. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X17303918>
3. L. Sator, V. Sladek, J. Sladek: Multi-gradation coupling effects in FGM plates, Composite Structures 171 (2017), 515-527.  
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822316330252>
4. V. Sladek, L. Sator, J. Sladek: Simulations of coupling effects in vibration of FGM plates by mesh-free methods, Int. Jour. Comp. Meth. And Exp. Measurements, 5 (2017), 306-316.  
DOI:10.2495/CMEM-V5-N3-306-316  
<https://www.witpress.com/elibrary/cmем-volumes/5/3/1629>
5. V. Sladek, B. Musil, J. Sladek, J. Kasala: Microstructural evaluation of effective elasticity coefficients in materials with micro-voids, Procedia Engineering 190 (2017), 170-177.  
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877705817324633>
6. L. Sator, V. Sladek, J. Sladek: Bending of FGM plates under thermal load: Classical thermoelasticity analysis by a meshless method, Composites Part B 146 (2018), 176-188.  
[https://www.sciencedirect.com/search?pub=Composites%20Part%20B%3A%20Engineering&volume=146&page=176&show=25&sortBy=relevance&origin=jrnl\\_home&zone=search&cid=271637](https://www.sciencedirect.com/search?pub=Composites%20Part%20B%3A%20Engineering&volume=146&page=176&show=25&sortBy=relevance&origin=jrnl_home&zone=search&cid=271637)
7. M. Repka, V. Sladek, J. Sladek: Gradient elasticity theory enrichment of plate bending

- theories, *Composite Structures* 202 (2018), 447-457.  
[https://www.sciencedirect.com/search?pub=Composite%20Structures&volume=202&page=447&show=25&sortBy=relevance&origin=jrnl\\_home&zone=search&cid=271517](https://www.sciencedirect.com/search?pub=Composite%20Structures&volume=202&page=447&show=25&sortBy=relevance&origin=jrnl_home&zone=search&cid=271517)
8. M. Repka, V. Sladek, J. Sladek: Bending of elastic plates with micro-voids, *Composite Structures* 202 (2018), 1155-1163.  
<https://www.sciencedirect.com/search?pub=Composite%20Structures&cid=271517&volume=202&page=1155&show=25&sortBy=relevance>
9. M. Repka, V. Sladek, J. Sladek: Numerical study of size effects in micro/nano plates by moving finite elements, *Composite Structures* 212 (2019), 291-303.  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822318331234>
10. L. Sator, V. Sladek, J. Sladek: Consistent 2D formulation of thermoelastic bending problems for FGM plates, *Composite Structures* 212 (2019), 412-422.  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0263822318327168>
11. L. Sator, V. Sladek, J. Sladek: Coupling effects in transient analysis of FGM plates bending in non-classical thermoelasticity, *Composites Part B* 165 (2019), 233-246.  
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S135983681832599X>
12. V. Sladek, L. Sator, J. Sladek: Bending of piezo-electric FGM plates by a mesh-free method, in: *Computational & Experimental Simulations in Engineering*. (H. Okada and S.N. Atluri, Eds.), Springer (in print)
13. V. Sladek, M. Repka, J. Sladek: Moving finite element method, in: *Boundary Elements and other Mesh Reduction Methods XXXI* (2019), 119-129. <https://www.witpress.com/elibrary/wit-transactions-on-engineering-sciences/122/37079>
14. V. Sladek, J. Sladek, M. Repka: Mesh-free analysis of plate bending problems by Moving finite element approximation, *WIT Transactions on Engineering Sciences Volume 126*, WIT Press, 2019, ISSN 1743-3533.

### **Uplatnenie výsledkov projektu**

Výsledky projektu majú predovšetkým vedecko-poznávaciu hodnotu vzhľadom na to, že sa jedná o fundamentálny teoretický výskum. Numerické simulácie a z nich extrahované závery o odozve neklasických doskových problémov na vonkajšie podnety môžu nájsť uplatnenie aj v inžinierskej praxi. Niektoré z výsledkov majú univerzálny charakter a uplatnenie v rôznych oblastiach výskumu prípadne praxe – jedná sa predovšetkým o navrhnuté a rozpracované originálne numerické výpočtové metódy a metodiky.

### **Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v slovenskom jazyku (max. 20 riadkov)**

Pri riešení projektu sa dosiahli hodnotné a ucelené výsledky, ktoré obohacujú naše poznanie z oblasti multi-fyzikálnych a multiškálových neklasických problémov ohybu doskových konštrukcií. Bola odvodená jednotná formulácia riešenia počiatovo-okrajových úloh pre ohyb dosiek s možnosťou voľby fyzikálnych a deformačných predpokladov troch základných teórií ohybu dosiek (Kirchhoff-Love teória ohybu tenkých dosiek, šmyková teória ohybu 1. a 3. rádu). Takáto formulácia je použiteľná pre tenké aj hrubé dosky a umožňuje jednoduché porovnanie medzi tromi rôznymi teóriami. Bola rozpracovaná metodika odvodenia kompletnej formulácie neklasických doskových problémov (riadiace rovnice a okrajové podmienky), zahrňujúcich dosky z funkcionálne gradovaných materiálov (FGM), dosky s premenlivou hrúbkou, dosky z kvázikryštalických materiálov, dosky z poréznych materiálov, dosky uvažované v rámci neklasikkej termodynamiky (vlnový charakter šírenia tepla), dosky z piezoelektrických materiálov. Uvažované vonkajšie podnety zahŕňajú statické, transientné dynamické, teplotné aj elektrické zaťaženia. Okrem dosiek makroskopických rozmerov traktovateľných v rámci klasikkej kontinuálnej teórie sme uvažovali aj dosky mikro/nano rozmerov, na popis ktorých je nevyhnutné použiť zovšeobecnené kontinuálne teórie. Na numerické riešenie matematicky náročných okrajových úloh boli navrhnuté čo možno najjednoduchšie schémy s imperatívom zachovať fyzikálnu podstatu problémov. Čo sa týka aproximácie súradnicovej závislosti poľných premenných, použili sme bezprvkovú MLS aproximáciu a silnú formuláciu. Okrem toho sme navrhli a rozpracovali novú metódu, tzv. Moving Finite Element approximation. Početné numerické simulácie ilustrujú nové efekty, ktoré absentujú v prípadoch klasických problémov ohybu homogénnych dosiek.

**Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v anglickom jazyku (max. 20 riadkov)**

Valuable and self-contained results have been achieved during the solution of the project. These results bring new knowledge in the field of multi-physical and multi-scale non-classical problems of plate bending. A unified formulation has been derived for plate bending initial-boundary value problems with possibility to select physical and deformation assumptions chosen in three basic plate bending theories, such as the Kirchhoff-Love theory for thin plates, shear deformation theories of the 1st and 3rd order. This formulation is applicable to thin as well as thick plates and comparison between them is easily available. There is given the methodology for derivation of complete formulation (governing equations and boundary conditions) of non-classical plate bending problems with including functionally graded material (FGM) plates, plates with variable thickness, quasi-crystal plates, porous material plates, plates considered within non-classical thermodynamics (wave spreading of heat), plates of piezoelectric material. Static, transient dynamic, thermal and electrical external loadings are allowed. Besides macroscopic plates tractable within classical continuum theories, there are considered also micro/nano plates which should be described within generalized continuum theories. For numerical solutions of mathematically complex problems boundary value problems, we proposed as much as possible simple methods with preserving the physical nature of the problems. As regards the spatial variations of field variables, the meshless MLS approximation has been utilized in strong formulations. Besides this numerical approach, we proposed a new method called Moving finite element approximation. Many given numerical simulations illustrate new effects which are absent in classical bending problems of homogeneous plates.