

Záverečná karta projektu

Názov projektu Evidenčné číslo projektu **APVV-15-0522****Numerické metódy pre vývoj kriviek a plôch a ich aplikácie**Zodpovedný riešiteľ **prof. RNDr. Karol Mikula, DrSc.**Príjemca **Slovenská technická univerzita v Bratislave - Stavebná fakulta**

Názov pracoviska, na ktorom bol projekt riešený

Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie
Stavebná fakulta STU Bratislava

Názov a štát zahraničného pracoviska, ktoré spolupracovalo pri riešení

No.

Udelené patenty/podané patentové prihlášky, vynálezy alebo úžitkové vzory, ktoré sú výsledkami projektu

No.

Najvýznamnejšie publikácie (knihy, články, prednášky, správy a pod.) zhrňujúce výsledky projektu – uveďte aj publikácie prijaté do tlače

HÚSKA, Martin - MEDĽA, Matej - MIKULA, Karol - MORIGI, Serena. Lagrangian evolution approach to surface-patch quadrangulation, Applications of Mathematics, v tlači

KÓSA, Balázs - MIKULA, Karol - UBA, Markjoe - WEBERLING, Antonia - CHRISTODOULOU, Neophytos - ZERNICKA-GOETZ, Magdalena. 3D image segmentation supported by a point cloud, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series S, 2021, 14(3): 971-985 doi: 10.3934/dcdss.2020351

MIKULA, Karol - URBÁN, Jozef - KOLLÁR, Michal - AMBROZ, Martin - JAROLÍMEK, Ivan - ŠIBÍK, Jozef - ŠIBÍKOVÁ, Mária. An automated segmentation of NATURA 2000 habitats from Sentinel-2 optical data, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series S, 2021, 14(3): 1017-1032 doi: 10.3934/dcdss.2020348

TIBENSKÝ, Matúš - HANDLOVIČOVÁ, Angela. Convergence analysis of the discrete duality finite volume scheme for the regularised Heston model, Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series S, 2021, 14(3): 1181-1195 doi: 10.3934/dcdss.2020226

AMBROZ, Martin - BALAŽOVJECH, Martin - MEDĽA, Matej - MIKULA, Karol. Numerical modeling of wildland surface fire propagation by evolving surface curves. In Advances in Computational Mathematics. Vol. 45, no. 2 (2019), s. 1067-1103. ISSN 1019-7168

DRONIOU, Jérôme - MEDĽA, Matej - MIKULA, Karol. Design and analysis of finite volume methods for elliptic equations with oblique derivatives; application to Earth gravity field modelling. In Journal of Computational Physics. Vol. 398 (2019), 28 s., art. no. 108876. ISSN 0021-9991

HAHN, Jooyoung - MIKULA, Karol - FROLKOVIČ, Peter - MEDĽA, Matej - BASARA, Branislav. Iterative inflow-implicit outflow-explicit finite volume scheme for level-set

equations on polyhedron meshes. In Computers and Mathematics with Applications. Vol. 77, Iss. 6 (2019), s. 1639-1654. ISSN 0898-1221

TOMEK, Lukáš - MIKULA, Karol. Discrete duality finite volume method with tangential redistribution of points for surfaces evolving by mean curvature. In ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis (ESAIM: M2AN). Vol. 53, no. 6 (2019), s. 1797-1840. ISSN 0764-583X

REMEŠÍKOVÁ, Mariana - ŠAGÁT, Marián - NOVYSEDLÁK, Peter. Discrete Lagrangian algorithm for finding geodesics on triangular meshes. In Applied Mathematical Modelling. Vol. 76, (2019), s. 396-427. ISSN 0307-904X

RAY, Nadja - OBERLANDER, Jens - FROLKOVIČ, Peter. Numerical investigation of a fully coupled micro-macro model for mineral dissolution and precipitation. In Computational Geosciences. Vol. 23, no. 5 (2019), s. 1173-1192. ISSN 1420-0597

ČUNDERLÍK, Róbert - MACÁK, Marek - MEDĽA, Matej - MIKULA, Karol - MINARECHOVÁ, Zuzana. Numerical Methods for Solving the Oblique Derivative Boundary Value Problems in Geodesy. In Handbuch der Geodäsie. 1. vyd. Wiesbaden : Springer Spektrum, 2019, 48 s. ISBN 978-3-662-46900-2.

MEDĽA, Matej - MIKULA, Karol - ČUNDERLÍK, Róbert - MACÁK, Marek. Numerical solution to the oblique derivative boundary value problem on non-uniform grids above the Earth topography. In Journal of geodesy. Vol. 92, no. 1 (2018), s. 1-19. ISSN 0949-7714.

FROLKOVIČ, Peter - MIKULA, Karol. Semi-implicit second order schemes for numerical solution of level set advection equation on Cartesian grids. In Applied Mathematics and Computation. Vol. 329, (2018), s. 129-142. ISSN 0096-3003

HAHN, Jooyoung - MIKULA, Karol - FROLKOVIČ, Peter - BASARA, Branislav. Inflow-Based Gradient Finite Volume Method for a Propagation in a Normal Direction in a Polyhedron Mesh, Journal of Scientific Computing, July 2017, Volume 72, Issue 1, pp 442–465, doi:10.1007/s10915-017-0364-4

ŠPIR, Róbert - MIKULA, Karol - PEYRIÉRAS, Nadine. Parallelization and validation of algorithms for zebrafish cell lineage tree reconstruction from big 4D image data, Acta Polytechnica Hungarica, Vol. 14, No. 5, 2017, pp. 65-84

Uplatnenie výsledkov projektu

Výsledky projektu nájdu uplatnenie v oblastiach, ako je spracovanie satelitného a biomedicínskeho obrazu, výpočtová geometria a tvorba optimálnych sietí pre vedecko-technické výpočty, optimálna diskretizácia plôch v CAD systémoch pre architektúru a stavebníctvo, modelovanie šírenia lesných požiarov a modelovanie a simulácie horenia v spaľovacích motoroch, v oceňovaní finančných derivátov vo finančnej matematike a presnom určovaní tiažového poľa Zeme v geodézii.

Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v slovenskom jazyku (max. 20 riadkov)

Výsledky projektu a splnenie cieľov môžeme zosumarizovať nasledujúcim spôsobom:

- boli vytvorené nové metódy spracovania obrazu v biológii a medicíne, aplikované na 3D a 4D mikroskopické dáta počiatkových štádií vývoja stavovcov, a to predovšetkým metódy na segmentáciu a trekung buniek a bunkových štruktúr v týchto dátach,
- boli vytvorené nové metódy na segmentáciu rozsiahlych viac-kanálových satelitných dát na báze pohybujúcich sa rovinných kriviek,
- bol vytvorený nový model pre modelovanie šírenia lesných požiarov na báze evolúcie priestorových kriviek na ploche danej topografiou Zeme, ktorý zahŕňa vplyv paliva, vetra, sklonu terénu a normálovú a geodetickú krivosť hranice požiaru,
- bol vytvorený nový model pre rekonštrukciu plôch z 3D mračien bodov získaných laserovým skenovaním na báze level-set metódy pre pohyb plôch a tento bol tiež rozšírený na segmentáciu 3D obrazu s podporou mračien bodov, metódy boli aplikované na rekonštrukciu archeologických dát a biologických štruktúr v 3D obrazoch,
- bol vytvorený nový Lagrangeovský algoritmus na báze metódy duálnych konečných objemov pre pohyb plôch s aplikáciami v architektúre a hľadanií minimálnych plôch,
- boli vytvorené nové tangenciálne redistribúcie bodov pri vývoji plôch podľa strednej a Gaussovej krivosti a podľa externého rýchlostného poľa s aplikáciami na optimálne diskretizácie plôch vo výpočtovej geometrii, CAD systémoch a fyzikálnom modelovaní úloh s voľnými hranicami,

- boli vytvorené nové level-set metódy na báze inflow-implicit/outflow-explicit metódy konečných objemov pre pohyb plôch reprezentujúcich front horenia v spaľovacích motoroch,
- boli vytvorené nové Lagrangeovské metódy vývoja plôch pre optimálnu tvorbu výpočtových sietí nad povrchom Zeme pre 3D modelovanie tiažového poľa Zeme,
- boli vytvorené nové metódy riešenia geodetických okrajových úloh so šikmou deriváciou modelujúcich tiažové pole Zeme vo vysokom rozlíšení,
- boli vytvorené nové numerické metódy pre oceňovanie finančných derivátov závislých od stochastického vývoja volatility,
- metódy boli sériovo a paralelne implementované, analyzované z hľadiska presnosti a stability a testované na reálnych dátach z praxe.

Prezentované výsledky boli dosiahnuté a ciele splnené aj vďaka intenzívnej medzinárodnej spolupráci s biologickými pracoviskami CNRS Gif-sur-Yvette, University of Montpellier a University of Cambridge, matematickými pracoviskami na Monash University, Melbourne a University of Erlangen-Nurnberg a súkromnými spoločnosťami AVL List Graz a TatraMed Software Bratislava.

Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v anglickom jazyku (max. 20 riadkov)

The project results and fulfilling the project goals can be summarized as follows:

- new methods for image processing and analysis in biology and medicine were created and applied to 3D and 4D microscopic data of vertebrate early embryogenesis, mainly to cell image segmentation and tracking,
- novel methods for segmentation of large-scale multi-spectral satellite data were created based on evolving planar curves,
- new model for forest fire propagation modelling was created based on surface curve evolution on Earth topography, covering the effects of the fuel, wind and terrain slope as well as the normal and geodesic curvatures of the fire front,
- new model for 3D point cloud surface reconstruction was created based on the level-set method for surface evolution and applied to archaeological finds and biological structures reconstruction by image segmentation supported by point clouds,
- new discrete duality finite volume Lagrangian algorithm for evolving surfaces was developed and applied to finding minimal surfaces with applications in architecture and minimal surface computation,
- novel tangential point redistribution strategies for evolving surfaces by mean and Gaussian curvatures and external force were created and applied to find optimal surface discretizations in computational geometry, CAD systems and physical modelling of free boundary problems,
- new level-set methods based on inflow-implicit/outflow-explicit finite volume method for combustion engine modelling and simulation were created,
- new Lagrangian methods for surface evolution were created in order to optimally discretize 3D space above the Earth topography for gravity field numerical modelling,
- novel methods for solving geodetic boundary value problems with the oblique derivative boundary condition were created and applied to the Earth gravity field modelling in high resolution,
- new numerical methods for pricing financial derivatives with stochastic volatility were created,
- methods were implemented in serial and parallel, analysed from the accuracy and stability points of views and tested on real data.

Presented results and fulfilled project goals were obtained also thanks to the international cooperation with biology institutes at CNRS Gif-sur-Yvette, University of Montpellier and University of Cambridge, mathematical institutes at Monash University, Melbourne and University of Erlangen-Nurnberg and private companies AVL List Graz and TatraMed Software Bratislava.