

Záverečná karta projektu

Názov projektu Evidenčné číslo projektu **APVV-16-0053****Topológia a geometria variet**Zodpovedný riešiteľ **prof. RNDr. Július Korbaš, PhD.**Príjemca **Univerzita Komenského v Bratislave - Fakulta matematiky, fyziky a informatiky****Názov pracoviska, na ktorom bol projekt riešený**Katedra algebry a geometrie, FMFI UK.
Matematický ústav SAV.**Názov a štát zahraničného pracoviska, ktoré spolupracovalo pri riešení**

Žiadny.

Udelené patenty/podané patentové prihlášky, vynálezy alebo úžitkové vzory, ktoré sú výsledkami projektu

Žiadne.

Najvýznamnejšie publikácie (knihy, články, prednášky, správy a pod.) zhrňujúce výsledky projektu – uveďte aj publikácie prijaté do tlače

(i)

J. Korbaš, R. Scheidler, P. Zvengrowski: The Cup-Length of Stiefel and Projective Stiefel Manifolds, Graduate Journal of Mathematics 6 (2021), pp. 27 – 34. (SCOPUS)

Yanghyun Byun, Július Korbaš, Peter Zvengrowski, Vector fields on projective Stiefel manifolds and the Browder-Dupont invariant, Topology and its Applications 284, pp. 1-18 (2020). (WoS, SCOPUS)

Ľ. Balko, J. Lörinc, On the cup-length of certain classes of flag manifolds, J. Acta Math. Hungar., Volume 159, Issue 2, pp. 638–652, (2019). (WoS, SCOPUS)

Rusin, Tomáš, A note on the cohomology ring of the oriented Grassmann manifolds $G_{n,4}^-$. Arch. Math., Brno 55, No. 5, pp. 319-331 (2019). (WoS, SCOPUS)

Rusin, Tomáš, Bounds for the characteristic rank and cup-length of oriented Grassmann manifolds. Arch. Math., Brno 54, No. 5, pp. 313-329 (2018). (SCOPUS)

(ii)

Ľudovít Balko, Tibor Macko, Martin Niepel, Tomáš Rusin, Higher simple structure sets of lens spaces with the fundamental group of order $2K$, Topology and its Applications, Volume 263, 15, pp. 299-320, (2019). (SCOPUS).

D. Crowley and T. Macko: On the cardinality of the manifold set, *Geometriae Dedicata*, Vol. 200 (1), pp 265–285, (2019). (WoS, SCOPUS).

(iii)

Adriana Bosáková, Pavel Chalmovianský: Structure and geometric properties of the intersection multiplicity of two plane curves *Proceedings of the Czech-Slovak Conference on Geometry and Graphics 2020, Plzeň : Vydavatelský servis*, pp. 53-62, (2020).

Marián Fabián, Pavel Chalmovianský: Skinning of spheres using homotopy *Proceedings of the Czech-Slovak Conference on Geometry and Graphics 2020, Plzeň : Vydavatelský servis*, pp. 75-84, (2020).

Mackovová A., Pavel Chalmovianský: Voronoi Diagram in Three-Dimensional Hyperbolic Space, *Proceedings of Slovak-Czech Conference on Geometry and Graphics 2021*, pp. 109-114, (2021).

Uplatnenie výsledkov projektu

Projekt bol zameraný na základný výskum v matematike. Jeho výsledky prispievajú ku všeobecnému poznaniu v oblasti topológie a geometrie vybraných variet a ich vlastností. Konkrétne uplatnenie očakávame v prácach výskumníkov zaoberajúcich sa problémom vektorových polí, kohomologickej dĺžky, klasifikačnými otázkami v rámci teórie chirurgií a štúdiom prieseku v algebraickej geometrii. Ohlasy na publikácie predpokladáme v horizonte niekoľkých rokov. Niektoré výsledky o obáľkach jednoparametrickej sústavy kriviek sa uplatňujú v softvéri na dizajn fontov (fi. Letterlnk).

Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v slovenskom jazyku (max. 20 riadkov)

V časti (i) sme skúmali problém vektorových polí na projektívnych Stiefelových varietach, v ktorom sme boli veľmi úspešní. Podarilo sa nám úplne určiť $Z/2Z$ -kohomologickú dĺžku Stiefelových variet, a aj pri projektívnych Stiefelových varietach sme boli úspešní zhruba v polovici prípadov. Okrem toho sme odvodili významné výsledky aj pre niektoré orientované Grassmannove variety a pre niektoré vlajkové variety.

V časti (ii) sme sa venovali štruktúrnej množine $S(X)$ variety X v zmysle teórie chirurgií. Využitím algebraickej teórie chirurgií sme dokázali isté súčinové formuly v homologickej časti $S(X)$ a získali výsledky o akcii grupy homotopických ekvivalencií X na $S(X)$. Využitím rho-invariantu sme vypočítali $S(L \times D)$ pre súčin šošovkového priestoru L a disku D . Získali sme všeobecnú formuláciu základov algebraickej teórie chirurgií pomocou univerzálnych konštrukcií a rozpracovali sme nový dôkaz hlavnej vety o totálnej chirurgickej prekážke.

V časti (iii) sme sa venovali štruktúre priesekovej násobnosti rovinných algebraických kriviek. Využívame opis pomocou homologických metód a podarilo sa ukázať zovšeobecnenie formuly od Bydžovského. Zostrojili sme aj špeciálne bázy ideálov, ktoré sa využívajú na získanie priesekovej násobnosti a dokázaná je jej ekvivalencia s násobnosťou pomocou Fultonových axiom. Získali sme opis a algoritmus zostrojenia dynamického Voronoiovoho diagramu v hyperbolickom priestore. Predstavili sme niekoľko konštrukcií obáľok systémov kriviek, systému sfér, ktoré sa používajú v praktickom dizajnérstve (napr. fontov). Zaoberali sme sa rafinačnými postupmi pre množiny bodov získané skenovaním objektov. Sústredili sme sa na získanie vierohodného opisu v oblasti singularít. Z výsledkov sa pripravujú tri dizertačné práce v roku 2022.

Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v anglickom jazyku (max. 20 riadkov)

In part (i), we investigated the problem of vector fields on projective Stiefel manifolds, where we achieved very good results. We were able to determine completely the $Z/2Z$ -cohomology length of Stiefel manifolds, and also in case of projective Stiefel manifolds, we were able to exactly solve half of the cases. In addition, we derived important results also for oriented Grassmann manifolds and some flag manifolds.

In part (ii), we studied the structure set $S(X)$ of a manifold X in the sense of surgery theory. Using algebraic theory of surgery we proved certain product formulas in the homological part of $S(X)$ and we obtained results about the action of the group of self-homotopy equivalences of X on $S(X)$. Using the rho-invariant we calculated $S(L \times D)$ for the product of a lens space L and a disk D . We achieved a general formulation of the foundations of algebraic surgery using universal constructions and we made progress on the new proof of the main theorem about the total surgery obstruction.

In part (iii), we studied the structure of intersection multiplicity of plane algebraic curves. We use a description via homological methods and we get the generalization of Bydzovsky's formula. We also formed special base of ideals, which served for obtaining intersection multiplicity equivalent to that given by Fulton's axioms. We obtained description and algorithm for dynamic Voronoi diagram in hyperbolic space. We also provided several constructions of envelopes for a system of curves and spheres used in practical font designing. Finally, refinement approach for points sets scanned from objects in the singular areas were provided. Three dissertation theses are in preparation for submissions in 2022.