

Záverečná karta projektu

Názov projektu

Evidenčné číslo projektu

APVV-16-0337**Integrovanie v kontexte zovšeobecnených mier**Zodpovedný riešiteľ **doc. RNDr. Ondrej Hutník, PhD.**

Príjemca

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach - Prírodovedecká fakulta

Názov pracoviska, na ktorom bol projekt riešený

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika, Prírodovedecká fakulta, Ústav matematických vied

Názov a štát zahraničného pracoviska, ktoré spolupracovalo pri riešení

1. Lodz Technical University, Poľsko
2. Johannes Kepler University, Linz, Rakúsko
3. University of Vienna, Rakúsko

Udelené patenty/podané patentové prihlášky, vynálezy alebo úžitkové vzory, ktoré sú výsledkami projektu

Projekt mal charakter základného výskumu.

Najvýznamnejšie publikácie (knihy, články, prednášky, správy a pod.) zhrňujúce výsledky projektu – uveďte aj publikácie prijaté do tlače

1. Hutník, O., Pócs, J.: On $\ast$ -associated comonotone functions. Kybernetika 54(2) (2018), 268-278.
2. Kupka, I., Kiseľák, J., Ishimura, N., Yoshizawa, Y., Salazar, L., Stehlík, M.: Time evolutions of copulas and foreign exchange markets, Inform. Sci. 467 (2018), 163-178.
3. Halčinová, L., Hutník, O., Kiseľák, J., Šupina, J.: Beyond the scope of super level measures. Fuzzy Sets and Systems 364 (2019), 36-63.
4. Boczek, M., Hovana, A., Hutník, O.: General form of Chebyshev type inequality for generalized Sugeno integral. Internat. J. Approx. Reason. 115 (2019), 1-12.
5. Šottová, V., Šupina, J.: Principles $S1(P,R)$: ideals and functions. Topology Appl. 258 (2019), 282-304.
6. Borzová, J., Halčinová, L., Hutník, O.: The smallest semicopula-based universal integrals: Remarks and improvements. Fuzzy Sets and Systems 393 (2020), 29-52.
7. Boczek, M., Hovana, A., Hutník, O., Kaluszka, M.: Hölder-Minkowski type inequality for generalized Sugeno integral. Fuzzy Sets and Systems 396 (2020), 51-71.
8. Boczek, M., Halčinová, L., Hutník, O., Kaluszka, M.: Novel survival functions based on conditional aggregation operators. Inform. Sci. 580 (2021), 704-719.
9. Kiseľák, J., Lu, Y., Švihra, J., Szépe, P., Stehlík, M.: "SPOCU": scaled polynomial constant unit activation function. Neural Comput. Appl. 33 (2021), 3385-3401.
10. Boczek, M., Hovana, A., Hutník, O., Kaluszka, M.: New monotone measure-based integrals inspired by scientific impact problem. European J. Oper. Res. 290(1) (2021), 346-

357.

11. Boczek, M., Hutník, O., Kaluszka, M.: On Choquet-Sugeno like operator based on relation and conditional aggregation operator, *Inform. Sci.* 582 (2022), 1-21.
12. Salazar Gomez, L.L., Torres, S., Kiseľák, J., Fuders, F., Ishimura, N., Yoshizawa, Y., Stehlík, M.: Long memory estimation in a non-Gaussian bivariate process, *Appl. Math. Comput.* 420 (2022), 126871.
13. Boczek, M., Hovana, A., Kaluszka, M.: On some distributivity equation related to minitive and maxitive homogeneity of the upper n -Sugeno integral, *Fuzzy Sets and Systems* 430 (2022), 102-113.
14. Boczek, M., Hutník, O., Kaluszka, M.: On Prékopa-Leindler type inequality for Sugeno integral. *Fuzzy Sets and Systems* 430 (2022), 114-125.
15. Basarik, S., Borzová, J., Halčinová, L.: Survival functions versus conditional aggregation-based survival functions on discrete space, *Inform. Sci.* 586 (2022), 704-720.
16. Ontkovičová, Z., Kiseľák, J., Hutník, O.: On quadruplets of nonadditive integrals, *Fuzzy Sets and Systems* (prijaté na publikovanie).
17. Stehlík, M., Kiseľák, J., Bukina, E., Lu, Y., Baran, S.: Fredholm integral relation between compound estimation and prediction (FIRCEP). *Stochastic Anal. Appl.* 38(3) (2020), 427-459.
18. Borzová, J., Halčinová, L., Šupina, J.: Size-Based Super Level Measures on Discrete Space, In: *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems: theory and foundations, IPMU 2018, Cham, 2018*, pp. 219-230.
19. Boczek, M., Hovana, A., Hutník, O.: General Chebyshev type inequality for seminormed fuzzy integral. In: Torra V., Narukawa Y., Pasi G., Viviani M. (eds) *Modeling Decisions for Artificial Intelligence. MDAI 2019. Lecture Notes in Computer Science*, vol 11676. Springer, Cham, pp. 3-16, 2019.
20. Borzová, J., Halčinová, L., Hutník, O.: On representation of seminormed integral using level dependent Boolean capacities. In: *2019 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, New Orleans, pp. 1-6, 2019.
21. Boczek, M., Halčinová, L., Hutník, O., Kaluszka, M.: Probabilistic measures and integrals: how to aggregate imprecise data. In: V. Torra et al. (Eds.): *MDAI 2020, LNAI 12256*, pp. 78-91, 2020.

Uplatnenie výsledkov projektu

K dôležitým výsledkom projektu zaraďujeme vzdelávanie diplomantov a PhD študentov. S riešeným projektom priamo súviseli 4 diplomové práce a 6 PhD prác. Výsledky projektu zahŕňajú vedeckú publikačnú činnosť členov riešiteľského kolektívu, organizáciu vedeckého seminára, možnosť prezentácie výsledkov na medzinárodných konferenciách, pracovné zahraničné cesty a pobyty hostí. Vedecké výsledky dosiahnuté počas riešenia projektu budú uplatnené v základoch teórie neurčitosti, rozhodovacích procesov a neaditívnej pravdepodobnosti. Najmä originálne návrhy nových neaditívnych integrálov a podmienených agregáčnych operátorov majú veľký potenciál v rozličných aplikáciách, ako sú spracovanie a modelovanie viacrozmerných dát, či v multikriteriálnom rozhodovaní.

Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v slovenskom jazyku (max. 20 riadkov)

Všetky plánované ciele boli splnené a vo viacerých prípadoch výrazne prekročené. Výsledky projektu boli publikované v doteraz vyjdených 27 vedeckých článkoch v impaktovaných časopisoch, ktoré sú zväčša v Q1 evidované podľa Journal Citation Reports. V projekte boli formulované nutné a postačujúce podmienky pre platnosť integrálnych nerovností Hölderovho-Minkowskeho typu a Čebyševovho typu pre zovšeobecnený Sugenov integrál a nové triedy funkcií zovšeobecňujúce komonotónne funkcie (*-asociované a m -subaditívne funkcie). Ďalším významným prínosom je detailné štúdium triedy seminormovaných integrálov v kontexte transformačnej vety, konvergenčných vlastností postupností integrálov a integrálnych nerovností. Sem patrí aj návrh nových typov integrálov pre nezáporné reálne vstupy, tzv. horných a dolných iterovaných Sugenových integrálov, ktoré sme predstavili v kontexte scientometrických indexov. V oblasti výskumu týkajúceho sa zovšeobecnených level mier a integrálov sa v projekte zaviedol rámec pre prirodzené rozšírenie klasickej teórie neaditívnych mier a integrálov pomocou nového konceptu založeného na vonkajšom esenciálnom supreme a zodpovedajúcej level miere. Dôležitým krokom vpred bolo

zavedenie konceptu podmieneného agregovania, ktorý rozširuje a zúplňuje mnohé doterajšie výsledky. Dokázali sme, že zovšeobecnený Choquetov integrál sa dá reprezentovať ako klasický Choquetov integrál transformovanej funkcie vzhľadom na transformovanú mieru, ktorá je definovaná na hyperpriestore množín. Integrovanie vzhľadom na tieto zovšeobecnené survival funkcie pokrýva širokú triedu známych integrálov (typu Choquetových-Stieltjesových funkcionálov). Viaceré naše teoretické výsledky boli využité v aplikačných oblastiach, napr. pri generovaní aktivačných funkcií, štúdiu časových radov, resp. pri návrhu nových bibliometrických indexov.

Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v anglickom jazyku (max. 20 riadkov)

All planned aims were fulfilled, some of them were significantly exceeded. The results of the project have been published so far in 27 scientific articles mostly published in international impacted journals of first quartile according to the Journal Citation Reports. In the project several necessary and sufficient conditions for the validity of integral inequalities of the Hölder-Minkowski type and the Chebyshev type for the generalized Sugeno integral and new classes of functions generalizing comonotonic functions have been established (including $\ast$ -associated and m -subadditive functions). Another important contribution is a detailed study of the class of seminormed integrals in the context of transformation theorem, convergence properties of integral sequences and integral inequalities. This also includes the introduction of new types of integrals for non-negative real inputs, the so-called upper and lower iterated Sugeno integrals, which were presented in the context of scientometric indices. In the field of research on generalized level measures and integrals, the project has introduced a framework for the natural extension of the classical theory of non-additive measures and integrals using a new concept based on the outer essential supremum and the corresponding level of measure. An important step forward was the introduction of the concept of conditional aggregation, which expands and complements many previous results. We have proved that the generalized Choquet integral can be represented as the classical Choquet integral of a transformed function with respect to the transformed measure, which is defined on the hyperspace of sets. Integration with respect to these generalized survival functions covers a wide class of known integrals (of Choquet-Stieltjes type functionals). Several of our theoretical results have been used in applications, e.g. when generating activation functions, study of time series, resp. when introducing new bibliometric indices.