



Záverečná karta projektu

Názov projektu

Evidenčné číslo projektu

APVV-18-0052

Modelovanie neurčitosti: rozšírenia a zovšeobecnenia niektorých špeciálnych metód a ich aplikácie.

Zodpovedný riešiteľ **prof. RNDr. Radko Mesiar, DrSc.**

Príjemca **Slovenská technická univerzita v Bratislave - Stavebná fakulta**

Názov pracoviska, na ktorom bol projekt riešený

Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie, Stavebná fakulta, Slovenská technická univerzita v Bratislave

Názov a štát zahraničného pracoviska, ktoré spolupracovalo pri riešení

JKU Linz, Rakúsko
Karadeniz University Trabzon, Turecko
Iona College, USA
Communication University of China Beijing, Čína
Nanjing University, Čína
Deakin University Melbourne, Austrália
University of Dibrugarh, India
Kerman University, Iran
University of Navarra, Pamplona, Španielsko.

Udelené patenty/podané patentové prihlášky, vynálezy alebo úžitkové vzory, ktoré sú výsledkami projektu

-

Najvýznamnejšie publikácie (knihy, články, prednášky, správy a pod.) zhrňujúce výsledky projektu – uveďte aj publikácie prijaté do tlače

MESJAR, Radko. Aggregation Functions, pozvaná prednáška na ISFS Rzeszow 2023
SESMA-SARA, Mikel - ŠELIGA, Adam - BOCZEK, Michal - JIN, LeSheng - KALUSZKA, Marek - KALINA, Martin - BUSTINCE, Humberto - MESJAR, Radko. A framework for generalized monotonicity of fusion functions. In Information Fusion. No. 97 (2023), [13] s., art. no. 101815.
SENAPATI, Tapan - CHEN, Guiyun - MESJAR, Radko - YAGER, Ronald Robert. Intuitionistic fuzzy geometric aggregation operators in the framework of Aczel-Alsina triangular norms and their application to multiple attribute decision making. In Expert Systems with Applications. No. 212 (2023), [15] s., art. no. 118832.
FERNÁNDEZ-SÁNCHEZ, Juan - KOLESÁROVÁ, Anna - MESJAR, Radko - QUESADA-MOLINA, José Juan - ÚBEDA-FLORES, Manuel. A generalization of a copula-based construction of fuzzy implications. In Fuzzy Sets and Systems. No. 456 (2023), 197-207.
MESJAR, Radko - ŠELIGA, Adam - ŠIPOŠOVÁ, Alexandra - ŠIRÁŇ, Jozef. Convolution of aggregation functions. In International Journal of General Systems. Vol. 49, no. 7 (2020), s.

747-759.

MESAR, Radko - KOLEŠÁROVÁ, Anna. Quasi-Copulas, Copulas and Fuzzy Implicators. In International Journal of Computational Intelligence Systems. Vol. 13, iss. 1 (2020), s. 681-689.

ASMUS, Tiago da Cruz - DIMURO, Gracaliz Pereira - BEDREGAL, Benjamín - SANZ, José Antonio - MESAR, Radko - BUSTINCE, Humberto. Towards interval uncertainty propagation control in bivariate aggregation processes and the introduction of width-limited interval-valued overlap functions.

In Fuzzy Sets and Systems. No. 441 (2022), s. 130-168

ŠELIGA, Adam - KAUERS, Manuel - SAMINGER-PLATZ, Susanne - MESAR, Radko - KOLEŠÁROVÁ, Anna - KLEMENT, Erich Peter. Polynomial bivariate copulas of degree five: characterization and some particular inequalities. In Dependence Modeling Vol. 9, no. 13 (2021), s. 13-42.

HAIT, Swati Rani - MESAR, Radko - GUPTA, Pragya - GUHA, Debashree - CHAKRABORTY, Debjani. The Bonferroni mean-type pre-aggregation operators construction and generalization: Application to edge detection. In Information Fusion. No. 80 (2022), s. 226-240.

BELIAKOV, Gleb - JAMES, Simon - KOLEŠÁROVÁ, Anna - MESAR, Radko. Cardinality-limiting extended pre-aggregation functions. In Information Fusion. No. 76 (2021), s. 66-74.

Uplatnenie výsledkov projektu

Výsledky dosiahnuté a publikované v rámci projektu pokrývajú viaceré oblasti modelovania neurčitosti a jeho aplikácií. Výsledky týkajúce sa kopúl a príbuzných oblastí už majú pozitívnu odozvu v oblasti štatistického modelovania, kde pozorované hodnoty zodpovedajú realizáciám viacrozmerných náhodných vektorov. Ako inšpiratívnu myšlienku z našich publikácií možno spomenúť aplikácie korelačných matíc. Kým pre štandardne Gaussovské rozdelenia používame matica párových Pearsonových korelačných koeficientov, náš nový prístup ráta s použitím kopulovo závislých parametrov závislosti, najmä s Kendallovým tau a Spearmanovým rho.

Ďalšia významná oblasť uplatnenia dosiahnutých výsledkov pokrýva multikriteriálne rozhodovanie. Viaceré naše konštrukcie agregáčnych funkcií vedú ku flexibilným úžitkovým funkciám nielen v prípade štandardných reálno-hodnotových škál, ale aj v prípade nových škál, ako sú napr. lingvistické škály, intervalové škály, intuicionistické a im príbuzné škály, resp. nami zavedenými BUI (Basic Uncertainty Information) škálami. Viaceré naše výsledky s netriviálnou odozvou sa týkajú zväzových škál.

Veľká časť našich pôvodných výsledkov sa týka zovšeobecnených integrálov a ich uplatnenie bolo realizované najmä v oblasti dekompozičných integrálov a ich aplikácií, resp. integrálov na bipolárnych škálach.

Aplikácie našich výsledkov v oblasti triangulárnych noriem, uninoriem a príbuzných operácií na rôznych typoch škál majú veľký potenciál v oblasti viachodnotových logík a následne pri modelovaní rôznych expertných systémov a vyhodnocovacích systémov. Aj keď väčšina výsledkov riešenia projektu patrí do oblasti základov matematiky, ich zameranie je a bude hojne využívané v oblasti informatických systémov. Tento fakt možno dokumentovať médiami sprostredkujúcimi verejnosti naše výsledky, konkrétne zameraním na informatické oblasti viacerých významných časopisov publikujúcich naše vedecké práce (napr. Information Fusion, Information Sciences, International Journal of Approximate Reasoning, Fuzzy Sets and Systems, International Journal of General Systems, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, Expert Systems with Applications, atď.).

Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v slovenskom jazyku (max. 20 riadkov)

Projekt bol zameraný na modelovanie neurčitosti a jeho aplikácie, pričom jeho riešenie bol členené na 8 etáp (implicitne dané agregáčne funkcie; konštrukcia kopúl; agregácia na Rieszových priestoroch; agregáčne funkcie na špeciálnych zväzoch; konštrukcia agregáčnych, pre-agregáčnych a implikačných funkcií; zovšeobecnenie aditivity; neaditívne integrály a integrálne nerovnosti; aplikácie pri spracovaní obrazu a modelovaní časových radov). Všetky ciele projektu boli naplnené, pričom viaceré výrazne prekročené, o čom svedčí napr. vyše 100 publikácií v časopisoch evidovaných v database WoS. Významná je

aj odozva na naše výsledky, ktoré majú zatiaľ vyše 200 evidovaných citácií v databáze Google Scholar. Medzi naše najvýznamnejšie výsledky možno rátať úplný parametrický popis polynomických binárnych kopúl, ktorých stupeň je 5 (prvý netriviálny stupeň). Významným rozšírením Bonferroniho prístupu k agregovaniu sme vytvorili základňu pre lepšie modelovanie interakcie medzi jednotlivými kritériami. Výrazne sme posunuli a rozšírili nástroje na modelovanie neurčitosti charakterizované BUI granulami (x, c) , kde sa odhaduje nielen hľadaná reálna hodnota x , ale aj jej určitosť c . V rámci projektu sme navrhli a aplikovali viaceré konštrukčné metódy pre kopule, implikácie a ďalšie špeciálne funkcie na rôznych škálach. Nami zavedené nové typy vlastností, ako sú špeciálne druhy monotónnosti, rozširujú možnosti modelovania, a viaceré už sú aj aplikované v praxi. Napr. smerová monotónnosť a nadväznú pre-agregačné funkcie sú aplikované najprv teoreticky pri spracovaní a rozpoznávaní obrazov, a následne pri reálnych medicínskych aplikáciách. Na výsledkoch nášho projektu sme spolupracovali so zahraničnými spoluautormi z deviatich významných zahraničných univerzít, viď. zoznam zahraničných pracovísk vyššie.

Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v anglickom jazyku (max. 20 riadkov)

Our project was focused on uncertainty modelling and its application. The working plan was divided into 8 stages (implicitly given aggregation functions; constructions of copulas; aggregation on Riesz spaces; aggregation functions on special lattices; constructions of aggregation, pre-aggregation and implication functions; generalizations of the additivity property; non-additive integrals and integral inequalities; applications in image processing and time series modelling). All aims and goals of the project were successfully realized, and in several cases even significantly exceeded. This claim is supported, e.g., by over 100 papers published in distinguished journals evaluated in WoS database. As an important output one should mention also a growing number of citations. Actually, our results have obtained over 200 citations covered in Google Scholar database. Among our most distinguished results, recall first a complete parametric description of 5-order (the first non-trivial case) polynomial binary copulas. An important extension of Bonferroni's approach to aggregation we have prepared a basis for a better criteria interaction modelling. We have significantly moved and enlarged the tools for uncertainty modelling dealing with BUI granules (x, c) , where we have to estimate not only the real value x , but also its certainty c . In the project framework, we have proposed and applied several construction methods for copulas, implications and other special functions on different scales. New types of properties we have introduced, such as some particular new monotonicity properties, expand the modelling abilities, with several applications already realized. E.g., directional monotonicity and related pre-aggregation functions are first use for theoretical issues of image processing, but subsequently to real medical applications.