



Záverečná karta projektu

Názov projektu

Evidenčné číslo projektu

APVV-18-0526

Výskum a vývoj pokročilých metód, algoritmov a prostriedkov pre matematické modelovanie, analýzu, syntézu, simuláciu a návrh riadiacich systémov technologických objektov a procesov

Zodpovedný riešiteľ **prof. RNDr. Igor Podlubný, DrSc.**

Príjemca

Technická univerzita v Košiciach - Fakulta baníctva, ekológie, riadenia a geotechnológií

Názov pracoviska, na ktorom bol projekt riešený

Technická univerzita v Košiciach
Fakulta baníctva, ekológie, riadenia a geotechnológií
Ústav riadenia a informatizácie výrobných procesov

Názov a štát zahraničného pracoviska, ktoré spolupracovalo pri riešení

Cardiff University, Wales, UK (Nikolai Leonenko)

Oxford Brookes University, Department of Mechanical Engineering and Mathematical Sciences, Oxford, UK (Stephen Samuel)

University of Extremadura, School of Industrial Engineering, Badajoz, Španielsko (Blas M. Vinagre Jara, Ines Tejado Balsera)

University of Novi Sad, Novi Sad, Serbia (Sanja Konjik)

Shanghai University, Shanghai, Čína (Changpin Li)

Northeastern University, Shenyang, Čína (DingYu Xue)

Hohai University, Nanjing, Čína (Hongguang Sun)

Shandong University, Jinan, Čína (Yan Li)

University of Patras, Grécko (Costas Psychalinos)

Rzeszow University of Technology, Faculty of Mathematics and Applied Physics, Rzeszow, Poľsko (Bohdan Datsko)

Jan Dlugosz University in Czestochowa, Faculty of Mathematical and Natural Sciences, Czestochowa, Poľsko (Yuriy Povstenko)

Schindler Elevator Corporation, Holland, OH, USA (Emmanuel A. Gonzalez)

University of California, The MESA Lab (Mechatronics, Embedded Systems and Automation), School of Engineering, Merced, CA, USA (YangQuan Chen)

University of Illinois at Chicago, Department of Bioengineering, Chicago, IL, USA (Richard Magin)

Montanuniversität Leoben, Chair of Automation, Leoben, Rakúsko (Paul O'Leary)

Ontario Tech University, Department of Automotive and Mechatronics Engineering, Ontario, Kanada (Matthew Harker)

Luxembourg Institute of Health, Luxembourg, Luxembourg (Vladimir Despotovic)

Udelené patenty/podané patentové prihlášky, vynálezy alebo úžitkové vzory, ktoré sú výsledkami projektu

Úžitkové vzory, ktoré sú výsledkami projektu:

PETRÁŠ, Ivo: Elektronický obvod ústredného regulačného člena analógového regulátora neceločíselného rádu Úžitkový vzor č. 9310/- Banská Bystrica : ÚPV SR - 2021. - 5 s.
Spôsob prístupu: <https://wbr.indprop.gov.sk/WebRegistre/UzitkovyVzor/Detail/50106-2020>

Najvýznamnejšie publikácie (knihy, články, prednášky, správy a pod.) zhrňujúce výsledky projektu – uveďte aj publikácie prijaté do tlače

Kapitoly v monografiách:

PETRÁŠ, Ivo: Fractional-order control - New control techniques, pp 71-106
In: Fractional Order Systems - An Overview of Mathematics, Design, and Applications for Engineers, Editors: Ahmed Radwan, Farooq Khanday, Lobna Said. 1st Edition - October 13, 2021, Paperback ISBN: 9780128242933, eBook ISBN: 9780128243343
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-824293-3.00008-9>

Články v CC časopisoch:

TERPÁK, Ján: General one-dimensional model of the time-fractional diffusion-wave equation in various geometries, Fractional Calculus and Applied Analysis. Vol. 26, No. 2 (2023), p. 599-618 [print, online]. - ISSN 1311-0454
Spôsob prístupu: <http://dx.doi.org/10.1007/s13540-023-00138-3>

PETRÁŠ, Ivo: Novel low-pass two-dimensional Mittag-Leffler filter and its application in image processing, IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Express Briefs, Submitted on 27 Jun 2023.
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.36227/techrxiv.23522907.v1>

DURDÁN, Milan - TERPÁK, Ján - LACIAK, Marek - KAČUR, Ján - FLEIGNER, Patrik - TRÉFA, Gabriel: Mathematical Model for Pig Iron Temperature Measurement in Torpedo Car, Measurement. Vol. 216, Article No. 112932 (2023), p. 1-10 [print, online]. - ISSN 0263-2241
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2023.112932>

LACIAK, Marek - DURDÁN, Milan - KAČUR, Ján - FLEGNER, Patrik: The Underground Coal Gasification Process in Laboratory Conditions: An Experimental Study, *Energies*. Vol. 16(7):3266 (2023).

Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/en16073266>

KAČUR, Ján - LACIAK, Marek - DURDÁN, Milan - Flegner, Patrik - FRANČÁKOVÁ, Rebecca: A Review of Research on Advanced Control Methods for Underground Coal Gasification Processes, *Energies*. Vol. 16(8):3458 (2023).

Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/en16083458>

BENKOVÁ, Marta - BEDNÁROVÁ, Dagmar - BOGDANOVSKÁ, Gabriela - PAVLÍČKOVÁ, Marcela: Use of the statistical process control for coking time monitoring, *Mathematics*, Submitted on 30 Jun 2023.

LEONENKO, Nikolai - PODLUBNÝ, Igor: Monte Carlo method for fractional-order differentiation / - 2022. *Fractional Calculus and Applied Analysis*. Vol. 25, no. 2 (2022), p. 346-361 [print, online]. - ISSN 1311-0454

Spôsob prístupu: <http://dx.doi.org/10.1007/s13540-022-00017-3>.

LEONENKO, Nikolai - PODLUBNÝ, Igor: Monte Carlo method for fractional-order differentiation extended to higher orders / - 2022. *Fractional Calculus and Applied Analysis*. Vol. 25, no. 3 (2022), p. 841-857 [print, online]. - ISSN 1311-0454

Spôsob prístupu: <http://dx.doi.org/10.1007/s13540-022-00048-w>.

PETRÁŠ, Ivo: Oscillators Based on Fractional-Order Memory Elements / - 2022. *Fractal and Fractional*. Vol. 6, no. 6 (2022), p. [1-12], art. no. 283 [online]. - ISSN 2504-3110 (online)

Spôsob prístupu: <http://dx.doi.org/10.3390/fractalfract6060283>.

PETRÁŠ, Ivo: The fractional-order Lorenz-type systems: A review / - 2022. *Fractional Calculus and Applied Analysis*. Vol. 25, no. 2 (2022), p. 362-377 [print, online]. - ISSN 1311-0454

Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.1007/s13540-022-00016-4>.

PETRÁŠ, Ivo: Novel generalized low-pass filter with adjustable parameters of exponential-type forgetting and its application to ECG signal / - 2022. *Sensors*. Vol. 22, no. 22 (2022), p. [1-13] [online, print]. - ISSN 1424-8220

Spôsob prístupu: <http://dx.doi.org/10.3390/s22228740>.

LACIAK, Marek - KAČUR, Ján - DURDÁN, Milan: Modeling and Control of Energy Conversion during Underground Coal Gasification Process / - 2022. *Energies*. Vol. 15, no. 7 (2022), p. [1-6] [online]. - ISSN 1996-1073 (online) Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/en15072494>.

FLEGNER, Patrik - KAČUR, Ján - DURDÁN, Milan - LACIAK, Marek: Evaluation of the acceleration vibration signal for aggregates of the horizontal drilling stand / - 2022. *Applied Sciences*. Vol. 12, no. 8 (2022), p. [1-26] [online]. - ISSN 2076-3417 (online)

Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/app12083984>.

LACIAK, Marek - KAČUR, Ján - TERPÁK, Ján - DURDÁN, Milan - FLEGNER, Patrik: Comparison of different approaches to the creation of a mathematical model of melt temperature in an LD converter / - 2022. *Processes*. Vol. 10, no. 7 (2022), p. [1-19] [online]. - ISSN 2227-9717 (online)

Spôsob prístupu: <http://dx.doi.org/10.3390/pr10071378>.

JANDERA, Ales - ŠKOVŘÁNEK, Tomáš: Customer behaviour hidden Markov model / - 2022. *Mathematics*. Vol. 10, no. 8 (2022), p. [1-10] [online]. - ISSN 2227-7390 (online)

Spôsob prístupu: <http://dx.doi.org/10.3390/math10081230>

PÓCSOVÁ, Jana - MOJŽISOVÁ, Andrea - PODLUBNÝ, Igor: A modular approach to the teaching of mathematical content at technical universities / - 2022. Mathematics. Vol. 10, no. 16 (2022), p. [1-15] [online]. - ISSN 2227-7390 (online)
Spôsob prístupu: <http://dx.doi.org/10.3390/math10162881>.

PAVLÍČKOVÁ, Marcela - MOJŽISOVÁ, Andrea - PÓCSOVÁ, Jana: Hoshin Kanri Process: A Review and Bibliometric Analysis on the Connection of Theory and Practice / - 2022. Processes. Vol. 10, no. 9 (2022), p. [1-26] [online]. - ISSN 2227-9717 (online)
Spôsob prístupu: <http://dx.doi.org/10.3390/pr10091854>.

BENKOVÁ, Marta - BEDNÁROVÁ, Dagmar - BOGDANOVSKÁ, Gabriela - PAVLÍČKOVÁ, Marcela: Redesign of the statistics course to improve graduates' skills / - 2022. Mathematics. Vol. 10, no. 15 (2022), p. [1-26] [online]. - ISSN 2227-7390 (online)
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/math10152569>.

HALAŠ, Radomír - PÓCS, Jozef - PÓCSOVÁ, Jana: Remarks on sugeno integrals on bounded lattices / - 2022. Mathematics. Vol. 10, no. 17 (2022), p. [1-9] [online]. - ISSN 2227-7390 (online)
Spôsob prístupu: <http://dx.doi.org/10.3390/math10173078>.

HALAŠ, Radomír - PÓCS, Jozef - PÓCSOVÁ, Jana: On Join-Dense Subsets of Certain Families of Aggregation Functions / - 2022. Mathematics. Vol. 11, no. 1 (2023), p. [1-11] [online]. - ISSN 2227-7390 (online)
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/math11010014>

PETRÁŠ, Ivo: Novel Fractional-Order Model Predictive Control: State-Space Approach / - 2021. In: IEEE Access : practical innovations, open solutions. - Piscataway (USA) : Institute of Electrical and Electronics Engineers Roč. 9 (2021), s. 92769-92775 [online]. - ISSN 2169-3536 (online)
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3093364>

TAKÁČ, Michal - PETRÁŠ, Ivo: Cross-Platform GPU-Based Implementation of Lattice Boltzmann Method Solver Using ArrayFire Library / - 2021. In: Mathematics. - Bazilej (Švajčiarsko) : Multidisciplinary Digital Publishing Institute Roč. 9, č. 15 (2021), s. [1-18] [online]. - ISSN 2227-7390 (online)
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/math9151793>

LACIAK, Marek - VIZI, Ladislav - KAČUR, Ján - DURDÁN, Milan - FLEGNER, Patrik: Application of geostatistical methods in spatio-temporal modelling of temperature changes of UCG experimental trial / - 2021. In: Measurement : journal of the International Measurement Confederation. - London (Veľká Británia) : Institute of Measurement and Control Roč. 171 (2021), s. [1-13] [print, online]. - ISSN 0263-2241
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2020.108826>

LACIAK, Marek - DURDÁN, Milan - KAČUR, Ján - FLEGNER, Patrik - BENKOVÁ, Marta: The prediction of possibilities of CO poisoning and explosion during syngas leakage in the UCG process / - 2021. In: Processes. - Bazilej (Švajčiarsko) : Multidisciplinary Digital Publishing Institute Roč. 9, č. 11 (2021), s. [1-17] [online]. - ISSN 2227-9717 (online)
Spôsob prístupu: <http://dx.doi.org/10.3390/pr9111912>

KAČUR, Ján - LACIAK, Marek - DURDÁN, Milan - FLEGNER, Patrik: Model-Free Control of UCG Based on Continual Optimization of Operating Variables: An Experimental Study / - 2021. In: Energies. - Bazilej (Švajčiarsko) : Multidisciplinary Digital Publishing Institute Roč. 14, č. 14 (2021), s. [1-26] [online]. - ISSN 1996-1073 (online)
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/en14144323>

DURDÁN, Milan - BENKOVÁ, Marta - LACIAK, Marek - KAČUR, Ján - FLEGNER, Patrik: Regression Models Utilization to the Underground Temperature Determination at Coal Energy Conversion / - 2021. In: Energies. - Bazilej (Švajčiarsko) : Multidisciplinary Digital

Publishing Institute Roč. 14, č. 17 (2021), s. [1-28] [online]. - ISSN 1996-1073 (online)
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/en14175444>

PÓCS, Jozef - PÓCSOVÁ, Jana: On Bonds for Generalized One-Sided Concept Lattices / - 2021. In: Mathematics. - Bazilej (Švajčiarsko) : Multidisciplinary Digital Publishing Institute Roč. 9, č. 3 (2021), s. [1-12] [online]. - ISSN 2227-7390 (online)
Spôsob prístupu: <https://www.mdpi.com/2227-7390/9/3/211>

TRYMORUSH, Iryna - PODLUBNÝ, Igor: Porous functions – II / - 2020. In: Fractional Calculus and Applied Analysis. - Berlín (Nemecko) : De Gruyter Roč. 22, č. 2 (2020), s. 307-323 [print, online]. - ISSN 1311-0454
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.1515/fca-2020-0015>

PETRÁŠ, Ivo: Comments and Corrections to "Design and Implementation of Novel Fractional- Order Controllers for Stabilized Platforms" / - 2020. In: IEEE Access : practical innovations, open solutions. - Piscataway (USA) : Institute of Electrical and Electronics Engineers Roč. 8 (2020), s. 132413-132414 [online]. - ISSN 2169-3536
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3009102>

PETRÁŠ, Ivo: Comments on "Chaotic oscillator based on memcapacitor and meminductor" / - 2020. In: Nonlinear Dynamics, č. 102 (2020), s. 2945–2950.
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.1007/s11071-020-06013-7>

KAPOULEA, Stavroula - BIZONIS, Vassilios - BERTSIAS, Panagiotis - PSYCHALINOS, Costas - ELWAKIL, Ahmed - PETRÁŠ, Ivo: Reduced Active Components Count Electronically Adjustable Fractional-Order Controllers: Two Design Examples / - 2020. In: Electronics. - Basel (Švajčiarsko) : Multidisciplinary Digital Publishing Institute Roč. 9, č. 1 (2020), s. 1-20 [online]. - ISSN 2079-9292
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/electronics9010063>

DESPOTOVIC, Vladimír - ŠKOVŘÁNEK, Tomáš - SCHOMMER, Christoph: Speech Based Estimation of Parkinson's Disease Using Gaussian Processes and Automatic Relevance Determination / - 2020. In: Neurocomputing. č. 401 (2020), s. 173-181 [print]. - ISSN 0925-2312
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2020.03.058>

FLEGNER, Patrik - KAČUR, Ján - DURDÁN, Milan - LACIAK, Marek: Statistical Process Control Charts Applied to Rock Disintegration Quality Improvement / - 2020. In: Applied Sciences 10(23) (2020), ID: 8343 [online].
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/app10238343>

PODLUBNÝ, Igor: Porous Functions / - 2019. In: Fractional Calculus and Applied Analysis, Volume 22, No 6 (2019), pp. 1502-1516
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.1515/fca-2019-0078>

CHEN, YangQuan - LI, Changpin - PODLUBNÝ, Igor - SUN, Hongguang: Editorial / - 2019. In: Special Issue of Fractional Calculus and Applied Analysis: In Memory of Late Professor Wen Chen, Volume 22, No 6 (2019), pp. 1437–1448
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.1515/fca-2019-0075>

ŠKOVŘÁNEK, Tomáš: The Mittag-Leffler Fitting of the Phillips Curve / - 2019. In: Mathematics, Roč. 7, č. 7 (2019), s. 1-11 [online]. - ISSN 2227-7390
Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/math7070589>

DURDÁN, Milan - KAČUR, Ján - LACIAK, Marek - FLEGNER, Patrik: Thermophysical properties estimation in annealing process using the iterative dynamic programming method and gradient method / - 2019. In: Energies, Roč. 12, č. 17 (2019), s. 1-24 [online]. - ISSN 1996-1073 (online) Spôsob prístupu: <https://doi.org/10.3390/en12173267>

=====

MATLAB toolbox:

PODLUBNÝ, Igor: MCFD Toolbox, MATLAB Central File Exchange. Updated 19 April 2022,
<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/108264-mcfd-toolbox>

PETRÁŠ, Ivo: Mittag-Leffler filter, MATLAB Central File Exchange. Updated 17 November 2022,
<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/118510-mittag-leffler-filter>

PETRÁŠ, Ivo: Mittag-Leffler 2D filter for image processing, MATLAB Central File Exchange. Updated 27 Jun 2023,
<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/131039-mittag-leffler-2d-filter-for-image-processing>

PETRÁŠ, Ivo: Non-Linear Fractional-Order PID Controller, MATLAB Central File Exchange. Updated 19 Jul 2019,
<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/51190>

TERPÁK, Ján: Time-Fractional Diffusion-Wave Eq. in Various Geometries, MATLAB Central File Exchange. Updated 4 May 2023,
<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/114685-time-fractional-diffusion-wave-eq-in-various-geometries>

TERPÁK, Ján: Fractional Mass-Spring-Damper System, MATLAB Central File Exchange. Updated 17 Feb 2020,
<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/74282>

ŠKOVŘÁNEK, Tomáš: FracApp: numerical differ-integrals of fractional order, MATLAB Central File Exchange. Updated 31 Dec 2020,
<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/73815>

TRYMORUSH, Iryna: Porous Functions Toolbox, MATLAB Central File Exchange. Updated 22 Jun 2020,
<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/74874>

PODLUBNÝ, Igor: Estimate LDL cholesterol, MATLAB Central File Exchange. Updated 13 Apr 2020,
<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/36095>

PODLUBNÝ, Igor: Variable-width plots, Toolbox pre MATLAB, v príprave na uverejnenie na MATLAB Central File Exchange.

Uplatnenie výsledkov projektu

Výsledky, dosiahnuté v priebehu riešenia projektu, nachádzajú rozsiahly medzinárodný citačný ohlas a uplatnenie v celosvetovom meradle v množstve rôznych oblastí vedeckého výskumu a inžinierskych vied.

Prvýkrát vo svete bola rozpracovaná metóda Monte Carlo pre numerickú aproximáciu derivácie neceločíselného (ľubovoľného reálneho) rádu, pričom navrhnutý prístup je možné aplikovať pre aproximáciu všetkých troch štandardne používaných definícií derivácie neceločíselného rádu - Grünwald-Letnikov, Riemann-Liouville a Caputo. Navyše bol realizovaný výskum pre numerickú aproximáciu derivácie neceločíselného (ľubovoľného reálneho) rádu vyššieho ako jedna a to dvoma spôsobmi; prvý prístup je interpretovaním koeficientov Grünwald-Letnikovovej definície derivácie neceločíselného rádu prostredníctvom pravdepodobností so znamienkom (signed probabilities), pričom pri ráde

derivácie vyššom ako jedna môžu byť tieto pravdepodobnosti kladné aj záporné. Druhým prístupom je využitie metódy Monte Carlo a "semi-group" vlastnosti derivácie neceločíselného rádu. Výsledky aproximácie derivácie neceločíselného rádu využitím oboch prístupov boli porovnané s analytickým riešením, potvrdzujúc presnosť navrhnutých metód. Vyvinuté metódy boli implementované vo forme zverejneného MATLAB toolboxu.

Bol navrhnutý nový zovšeobecnený jednorozmerný matematický model difúzo-vlnovej rovnice neceločíselného rádu podľa času využívajúci Grünwald-Letnikovovu definíciu derivácie neceločíselného rádu. Tento model je možné použiť pre homogénny alebo nehomogénny materiál, homogénne alebo nehomogénne okrajové podmienky (Dirichletove, Neumannove alebo Robinove) a pre rôzne geometrie (pravouhlé, cylindrické alebo sférické súradnice), čo ho robí jedinečným vo svetovom meradle. Pre riešenie navrhnutého zovšeobecneného jednorozmerného matematického modelu difúzo-vlnovej rovnice neceločíselného rádu bola vyvinutá implementácia numerických metód pre explicitnú, implicitnú a Crank-Nicolsonovu schému vo forme MATLAB toolboxu.

Bola rozvíjaná unikátna teória pórovitých funkcií (p-funkcií), v rámci ktorej boli detailne predstavené operácie s pórovitými funkciami (vrátane operácií neceločíselného rádu) a vlastnosti týchto operácií, ich geometrické interpretácie, a tiež algoritmy a prostriedky na ich výpočet a vizualizáciu v dvoj- a trojrozmernom prípade. Za účelom podpory modelovania pórovitých/granulárnych materiálov a štruktúr bol publikovaný MATLAB toolbox slúžiaci pre výpočet pórovitých funkcií, ich vizualizáciu a základné operácie s nimi v jednorozmernom a dvojrozmernom priestore, ktorý poskytuje objekty, triedy a implementáciu základných matematických operácií ako aj pokročilých operácií všeobecnej analýzy (integrovanie a derivovanie).

V rámci výskumu v oblasti využívania derivácií neceločíselného rádu pre digitálne spracovanie signálov bol navrhnutý nový unikátny typ jednorozmerného filtra, tzv. Mittag-Lefflerov filter, ktorý využíva Mittag-Lefflerovu funkciu v definícii funkcie rozloženia pravdepodobnosti (pdf - probability-density function). Toto Mittag-Lefflerove rozloženie je využité v konvolučnom jadre filtra, ktorý má tri parametre umožňujúce lepšiu adaptáciu krivky fitujúcej dáta vďaka faktoru "zabúdania". Porovnanie Mittag-Lefflerovho filtra so štandardným Gaussovým filtrom aplikáciou na filtrovanie EKG signálu preukázalo jeho vysokú kvalitu. Navrhnutý jednorozmerný Mittag-Lefflerov filter bol následne rozšírený pre dvojrozmerný prípad (novel low-pass two-dimensional Mittag-Leffler filter), pričom bol aplikovaný na filtrovanie gray-scale obrazov, kde pri porovnaní so štandardným Gaussovým filtrom a Wienerovým filtrom preukázal lepšie výsledky. Navyše boli oba tieto nové typy filtrov, jednorozmerný Mittag-Lefflerov filter a Mittag-Lefflerov 2D filter, implementované vo forme MATLAB toolboxov.

V rámci vývoja analógových a číslicových regulátorov neceločíselného rádu boli navrhnuté unikátne regulátory neceločíselného rádu: elektronický obvod integrovaný do jediného čipu, ktorý ponúka 50% redukciu použitých aktívnych komponentov oproti iným publikovaným regulátorom; regulátor neceločíselného rádu vo forme regulačnej schémy ovládajúcej hladinu v dvoch prepojených nádobách predstavuje priekopnícku prácu, ktorá využíva spomenutú vlastnosť redukcie; tri jedinečné typy regulátorov, navrhnuté prof. Petrášom, ktoré boli popísané v kapitole v zahraničnej monografii: nelineárne regulátory neceločíselného rádu, adaptívne regulátory neceločíselného rádu a extrémálne regulátory neceločíselného rádu.

V rámci rozvoja teórie dynamických sústav neceločíselného rádu a výskumu metód pre syntézu a implementáciu nových typov regulátorov neceločíselného rádu bola navrhnutá nová jedinečná metóda neceločíselného predikčného riadenia s modelom, pričom pre modelovanie neceločíselných sústav boli využité nové prístupy a to "neceločíselný index výkonnosti" ako účelová funkcia optimalizačného procesu a "neceločíselná radiácia akcia", ktorá namiesto modelovania riadiaceho signálu využíva neceločíselnú deriváciu riadiaceho signálu. Kombinácia týchto dvoch prístupov umožňuje vniesť neceločíselnú dynamiku do riadenia vo forme pamäte, a to prostredníctvom operátora neceločíselného rádu. Tieto riadiace techniky, spolu s ich implementáciou, boli experimentálne overené a

demonštrované na ilustratívnych príkladoch.

Ako výsledok experimentálneho overovania regulátorov zovšeobecneného rádu bol zapísaný úžitkový vzor, v rámci ktorého bol navrhnutý elektronický obvod ústredného regulačného člena analógového regulátora neceločíselného rádu, pozostávajúceho z rezistorov, štruktúrovaných pasívnych obvodov, tzv. "fractance" a operačných zosilňovačov. Navrhnuté zariadenie slúži na reguláciu dynamických sústav, kde sa vyžaduje vyššia presnosť riadenia alebo robustnosť.

Boli realizované práce na experimentálnom overovaní a aplikácii modelov a regulátorov zovšeobecneného rádu v prípade reálnych dynamických procesov a sústav, v rámci ktorého bola navrhnutá nová klasifikácia systémov Lorenzovho typu neceločíselného rádu a bola vyvinutá nová zovšeobecnená formulácia Lorenzovho systému neceločíselného rádu. Ako výsledok výskumu boli prezentované viaceré chaotické systémy, ktoré sú iba konkrétne prípady novej zovšeobecnenej formulácie systému Lorenzovho typu. Navyše boli popísané nové štruktúry oscilátorov využívajúce tzv. pamäťové elementy (súčiastky) známe ako memristor, meminduktor a memkapacitor. Tieto modely boli realizované vo forme nových matematických modelov zahŕňajúcich neceločíselné elementy, ale aj vo forme elektronických obvodov. Výsledky oscilačného a chaotického správania modelu neceločíselného obvodu sú demonštrované aj vo forme numerického riešenia matematického modelu neceločíselného rádu.

Boli navrhnuté nové metódy identifikácie štruktúry a parametrov reálnych dynamických sústav aplikované na rôzne typy systémov: pri skúmaní lítium-iónovej batérie bolo prvýkrát použité vzorkovanie založené na stochastickom procese neceločíselného rádu. Navyše bolo experimentálne dokázané, že lítium-iónové batérie sú sústavami rádu približne 0.7, pričom opotrebovanie batérií nevlýva na rád modelu; tento priekopnícky výsledok má mimoriadne veľký význam pre všetky aplikácie lítium-iónových batérií; na aproximovanie ekonomických dát popisujúcich Phillipsovu krivku, bol použitý nový typ matematického modelu založený na Mittag-Lefflerovej funkcii, ktorá sa vyskytuje v riešení diferenciálnych rovníc neceločíselného rádu; prostredníctvom experimentálneho spracovania rečového signálu bola navrhnutá metóda identifikovania príznakov (poruchy artikulácie, chyby vo výslovnosti, rytme a plynulosti reči), na základe ktorých bolo možné určiť prítomnosť Parkinsonovej choroby, resp. stupeň progresu choroby. Pre experimenty boli v algoritme strojového učenia využité Gaussove procesy v kombinácii s automatickým určením relevancie pre efektívnu selekciu príznakov, čo videlo k modelom s lepším výkonom a nižšou komplexitou.

Experimentálne a teoretické práce zaoberajúce sa metódami pre tvorbu modelov zložitých technologických objektov a procesov s využitím vlastných rozpracovaných metód celočíselného a neceločíselného rádu boli zamerané hlavne na tepelné procesy:

Bol významne rozpracovaný výskum v oblasti modelovania a riadenia technologického procesu podzemného splyňovania uhlia - Underground Coal Gasification - UCG:

- boli uskutočnené experimenty v ex-situ reaktoroch, a získané dáta o priebehoch teplôt v uhoľnom sloji, zložení syngasu a jeho výhrevnosti, za účelom ich využitia pri návrhu matematických modelov a riadiacich algoritmov;
- bol navrhnutý časo-priestorový geoštatistický model zmien teplôt počas procesu splyňovania v experimentálnom generátore UCG, pričom na základe vizualizácie teplotných rezov bola vytvorená animácia pohybu teplotných zón v čase a priestore, predstavujúca pohľad na vnútornú dynamiku procesu;
- boli realizované simulačné štúdie dokazujúce, že kritická hodnota koncentrácie oxidu uhoľnatého počas procesu UCG môže byť dosiahnutá pri špecifickom zložení syngasu a jeho prípadnom úniku do zraniteľných oblastí. Toto riziko je však monitorovaním a riadením procesu UCG možné minimalizovať;
- bol navrhnutý algoritmus optimálneho riadenia UCG procesu bez použitia matematického modelu skúmaného procesu (tzv. model-free optimal control), založený na aplikácii modifikovanej gradientnej metódy s obmedzeniami a umožňujúci priebežne optimalizovať operačné parametre UCG procesu tak, aby bol produkován syngas s najvyššou možnou výhrevnosťou;

- bola navrhnutá simulačná radiaca schéma UCG procesu s priebežnou adaptáciou interného predikčného modelu regulátora, kde pre modelovanie UCG procesu slúžil strojový regresný model založený na viacrozmerných adaptívnych regresných splajnoch (MARS);
- boli realizované simulácie a experimenty využívajúce pokročilé metódy riadenia procesu UCG in-situ (adaptívne riadenie, riadenie s extrémnym vyhľadávaním, robustné riadenie) dokazujúce, že robustné radiacie techniky, ako je riadenie kľzavého režimu a prediktívne riadenie modelu majú napriek svojej zložitosti najväčší potenciál.

Bol realizovaný výskum súvisiaci s nepriamym určovaním procesných veličín dôležitých pri výrobe ocele a výskum metód súvisiacich so spracovaním ocele:

- bol navrhnutý matematický model pre nepriame určovanie teploty surového železa v torpédovom miešači pri jeho preprave z vysokej pece na ďalšie spracovanie vychádzajúci z teórie prestupu tepla. Analýza citlivosti vplyvu procesných veličín a parametrov modelu na teplotu surového železa ukázala, že teplota surového železa pri odpichu, hmotnosť surového železa a jeho merná tepelná kapacita majú najväčší vplyv na jeho výslednú teplotu;
- bol navrhnutý matematický model chladnutia surového železa v nalievacej panve pri jeho prevoze medzi torpédovým miešačom a oceliarňou. Prostredníctvom elementárnych modelov čiastkových procesov (prenos tepla vedením, prúdením, sálaním a akumulácia tepelnej energie) bol vytvorený hlavný matematický model založený na tepelnej bilancii procesu;
- proces výroby ocele v kyslíkovom konvertore bol analyzovaný z hľadiska vzťahu medzi vstupnými parametrami procesu (teplota, hmotnosť a zloženie surového železa, hmotnosť a zloženie ocelového šrotu, množstvo fúkaného kyslíka) a výstupnými parametrami tohto procesu (chemické zloženie ocele a teplota ocele), pričom boli vytvorené matematické modely určenia teploty taveniny prostredníctvom troch rôznych prístupov, využívajúcich: regresný model, ktorý určuje nemerateľnú teplotu taveniny na základe iných priamo meraných procesných premenných (koncentrácia CO, CO₂, H₂, O₂ v konvertorovom plyne, objemový prietok a tlak konvertorového plynu, atď.); metódu strojového učenia (podpornej vektorovej regresie) a adaptívneho neuro-fuzzy inferenčného systému; deterministický prístup, založený na dekompozícii procesu a jeho tepelnej bilancii. Výsledky navrhnutých matematických modelov boli porovnané s reálnymi procesnými dátami;
- bol navrhnutý a overený matematický model nepriameho merania koncentrácie uhlíka v tavenine založený na materiálovej bilancii uhlíka, ktorá je daná uhlíkom v surovom železe a šrote na vstupe a uhlíkom v odpadovom plyne vo forme oxidu uhoľnatého a oxidu uhličitého na výstupe. Matematický model bol overený na reálnych dátach;
- bol realizovaný návrh, implementácia a verifikácia metódy predikcie koncového bodu konvertorového procesu využitím gradientu relatívnej rýchlosti oduhličenia;
- bol realizovaný výskum metód pre modelovanie a optimalizáciu parametrov matematických modelov využívaných pre žiňanie oceliarskych zvitkov a modelovania toku a prúdenia spalín v pracovnom priestore plynovej vykurovacej pece používanej na ohrev ocelových brám;
- bol realizovaný výskum procesov prebiehajúcich pri výrobe koksu, pričom bol navrhnutý radiaci systém pre heuristickú adaptívnu reguláciu podtlaku v odsávacích potrubíach koksárenskej batérie, stabilizujúc koncentráciu CO v odpadových spalínach na žiadanú hodnotu a boli skúmané rôzne regulačné diagramy vhodné na určenie optimálnej doby koksovania ovplyvňujúcej kvalitu koksu.

V rámci výskumu metód, algoritmov a prostriedkov pre tvorbu virtuálnych a rozšírených modelov technologických objektov a procesov a v rámci vývoja virtuálnych a rozšírených modelov pre také objekty a procesy, kde reálny pohľad je nemožný:

- boli rozpracované a implementované 3D modely jednotlivých častí LD konvertora za účelom vývoja nových zobrazovacích metód v prostredí imerzívnej virtuálnej reality pre zobrazovanie procesov prebiehajúcich v metalurgii;
- bol realizovaný výskum Lattice-Boltzmannovej metódy (LBM) so zameraním na multiplatformovú mriežkovú metódu riešenia Boltzmannovej metódy D2Q9-BGK a D3Q27-MRT pre 2D a 3D toky, a jej implementácie pomocou knižnice ArrayFire pre vysokovýkonné výpočty a implementácie pre prostredia C++ a Rust so zámerom vytvoriť rýchle multiplatformové mriežkové simulácie Boltzmannovej metódy s minimálnou dĺžkou a

náročnosťou kódu, ktoré boli využité pre vizualizáciu a modelovanie procesov v tekutej vsádzke vo vysokej peci a konvertoch ocele. Navrhnutá implementácia LB metódy priamo umožňuje prácu s 3D tokmi v prostredí virtuálnej reality;

- bol realizovaný výskum vo forme softvéru MathworldVR, ktorý využíva imerzivitu virtuálnej reality zvýraznením matematických konceptov využívaných pri riešení inžinierskych problémov;
- bolo skúmané využitie webovej virtuálnej reality (WebVR), vďaka čomu je možné k užívateľskému rozhraniu pristupovať z rôznych zariadení.

Výsledky výskumu v rámci tohto projektu boli implementované vo forme deviatich MATLAB toolboxov, ktoré boli zverejnené na portáli MATLAB Central File Exchange ale aj v iných formách softvérových produktov vytvorených v programových prostrediach ako napr. B&R Automation Studio, C, Delphi, Blender, ale aj pre prostredie virtuálnej reality.

V priebehu riešenia projektu bola publikovaná 1 kapitola v monografii vydanej v zahraničnom vydavateľstve (Academic Press), 37 článkov v zahraničných časopisoch indexovaných v Current Contents (z toho 2 v stave submitted), 8 článkov v zahraničných indexovaných časopisoch, 9 príspevkov v zborníkoch medzinárodných konferencií, 7 príspevkov v zborníkoch domácich konferencií. Na tieto práce je aktuálne 87 citácií v karentovaných časopisoch podľa SCI v zahraničí. V rámci projektu bol zapísaný 1 úžitkový vzor a 7 článkov indexovaných v databáze Current Contents bolo sprístupnených formou Open Access, čo umožnilo ich dostupnosť širokej vedeckej komunite. Riešiteľmi projektu boli publikované 4 učebnice, ktoré zohľadňujú najnovšie výsledky v oblastiach modelovania, identifikácie a riadenia technologických a iných procesov. Na výsledky riešenia tohto projektu nadväzujú 4 získané domáce projekty (APVV VV, VEGA, KEGA, nadácia TB) a 1 bilaterálny vedecko-výskumný projekt (APVV SK-SRB), ako aj 2 medzinárodné projekty (MISTI, USA - ARO). O medzinárodnom uplatnení výsledkov riešenia tohto projektu svedčia aj dlhodobé umiestnenia viacerých článkov v databáze Web of Science - "Highly cited paper" a vysoká sťahovateľnosť MATLAB toolboxov. Výsledky riešenia projektu sa odrazili aj v kvalifikačnom raste riešiteľov projektu; boli obhájené 2 PhD. práce (Mgr. Iryna Trymorush, PhD., Ing. Michal Takáč, PhD.), 1 habilitačné konanie (doc. Ing. Tomáš Škovránek, PhD.) a 1 inauguračné konanie (prof. Ing. Marek Laciak, PhD.).

Riešitelia projektu získali v priebehu riešenia projektu viacero ocenení: prof. Petráš bol v roku 2019 zvolený Valným zhromaždením Učenej spoločnosti Slovenska za akademika Učenej spoločnosti Slovenska, ako odborník v riadení procesov; prof. Podlubný získal Cenu rektora za publikačnú činnosť v kategórii „vedecký článok publikovaný v roku 2022“; prof. Petráš získal Cenu za vedu a techniku za rok 2020 MŠVŠ SR v hlavnej kategórii „Osobnosť vedy a techniky“; prof. Podlubný a prof. Petráš boli opätovne zaradení do zoznamu "Updated science-wide author databases of standardized citation indicators" v rokoch 2019-2022, publikovaného a každoročne aktualizovaného výskumníkmi zo Stanfordovej univerzity, ktorý obsahuje mená TOP 2% špičkových výskumníkov vo svete (<https://elsevier.digitalcommonsdata.com/datasets/btchxktzyw/5>); doc. Pócsová sa stala finalistkou Eset Science Award 2021 v kategórii "Výnimočný vysokoškolský pedagóg"; prof. Podlubný je podľa údajov databázy MathSciNet (Mathematical Reviews), <https://mathscinet.ams.org/>, aktualizovanej 01.07.2023, autorom najcitovanejšej vo svete matematickej monografie ("Fractional Differential Equations", Academic Press, San Diego, 1999), v období 2012-2022: na 1. mieste v rokoch 2012-2014 a 2017-2022, na 2. mieste v roku 2016 a na 4. mieste v roku 2015; špičkový vedecký tím FOSFOC "Fractional-order systems and fractional-order controllers" (prof. Podlubný, prof. Petráš, prof. Terpák, doc. Škovránek) získal Cenu "Najlepší vedecký tím" v rámci podujatia INNOVEAST 2023 - Košice region Innovation Awards 2023; doktorand Ing. Takáč získal 1. miesto v súťaži Falling Walls Lab Slovakia 2020 a zúčastnil sa celosvetového finále Falling Walls Lab v kategórii "Emerging Talents"; Ing. Takáč sa stal laureátom ocenenia Študentská osobnosť Slovenska pre akad.r. 2020/2021 v kategórii "Strojárstvo, hutníctvo, energetika". Členovia riešiteľského kolektívu boli vyznamenaní Zväzom slovenských vedeckotechnických spoločností (ZSVTS): prof. Laciak získal Striebornú medailu ZSVTS za rok 2020, doc. Pócsová získala ocenenie Propagátor vedy a techniky ZSVTS za rok 2020, prof. Terpák bol v roku 2021 ocenený Plaketou ZSVTS, a Čestné uznanie ZSVTS získali doc. Durdán v roku

Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v slovenskom jazyku (max. 20 riadkov)

K najvýznamnejším výsledkom projektu patria hlavne: priekopnícka metóda Monte Carlo pre numerické derivovanie neceločíselného rádu; dva nové unikátne typy filtra (Mittag-Lefflerov filter pre 1D signály a 2D obrázky); vytvorené základy teórie pórovitých funkcií; nový zovšeobecnený matematický model difúžno-vlnovej rovnice s deriváciou neceločíselného rádu podľa času pre rôzne priestorové geometrie a okrajové podmienky; nové typy analógových a číslicových regulátorov neceločíselného rádu; nová metóda vzorkovania založená na stochastickom procese neceločíselného rádu; zapísaný úžitkový vzor navrhnutého elektronického obvodu ústredného regulačného člena analógového regulátora neceločíselného rádu; nová klasifikácia systémov Lorenzovho typu neceločíselného rádu a nová zovšeobecnená formulácia pre takéto systémy; nová metóda predikčného riadenia s modelom, ktorá využíva neceločíselnú deriváciu riadiaceho signálu; metódy pre tvorbu modelov zložitých technologických objektov a procesov pre procesy podzemného splyňovania uhlia a výroby ocele; metódy, algoritmy a prostriedky pre tvorbu virtuálnych a rozšírených modelov technologických objektov a procesov. Bolo vytvorených a zverejnených 9 MATLAB toolboxov, zapísaný 1 úžitkový vzor, bola publikovaná 1 kapitola v monografii vydanej v zahraničnom vydavateľstve (Academic Press), 37 článkov v zahraničných časopisoch indexovaných v Current Contents (z toho 2 submitted), 8 článkov v zahraničných indexovaných časopisoch, 9 článkov v zborníkoch medzinárodných konferencií, 7 článkov v zborníkoch domácich konferencií. Na tieto práce je aktuálne 87 citácií v CC časopisoch v zahraničí. Riešitelia projektu získali viacero významných ocenení a uznaní na Slovensku a v zahraničí.

Súhrn výsledkov riešenia projektu a naplnenia cieľov projektu v anglickom jazyku (max. 20 riadkov)

The most significant results of the project include primarily: the pioneering Monte Carlo method for numerical differentiation of non-integer order; two new unique types of filters (Mittag-Leffler filter for 1D signals and 2D images); the foundations of the theory of porous functions have been created; a new generalized mathematical model of the diffusion-wave equation with time derivative of non-integer order for various spatial geometries and boundary conditions; new types of analog and digital controllers of non-integer order; a new sampling method based on a non-integer stochastic process; registered utility model of the designed electronic circuit of the central regulatory member of a fractional-order analog controller; a new classification of Lorenz type systems of non-integer order and a new generalized formulation for such systems; a new method of predictive control with a model that uses non-integer derivative of the control signal; methods for creating models of complex technological objects and processes for processes of underground coal gasification and steel production; methods, algorithms, and tools for creating virtual and augmented models of technological objects and processes. There were the following published outputs: 9 MATLAB toolboxes, 1 registered utility model, 1 chapter in scientific monograph by international publisher (Academic Press), 37 articles in international journals indexed in Current Contents (2 of them submitted), 8 articles in other indexed international journals, 9 papers in proceedings of international conferences, 7 papers in proceedings of national conferences. To these works there are currently 87 citations in international journals indexed in Current Contents. The team members received many important awards and recognitions in Slovakia and abroad.